



**Universidade de  
Aveiro**

**2016/2017**

Departamento de Eletrónica,  
Telecomunicações e Informática

**Miguel Pereira e Sousa Ilustração Científica e Pedagógica de Sistemas de  
Adaptação de Impedâncias**





**Universidade de  
Aveiro**

**2016/2017**

Departamento de Eletrónica, Informática e  
Telecomunicações

## **Miguel Pereira e Sousa Ilustração Científica e Pedagógica de Sistemas de Adaptação de Impedâncias**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Eletrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor Armando Rocha, Professor Auxiliar do Departamento de Eletrónica Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro e sob a coorientação da Professora Doutora Susana Mota, Professora Auxiliar do Departamento de Eletrónica Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro.





## **o júri**

### **presidente**

Professor Doutor Pedro Nicolau Faria da Fonseca  
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

### **vogais**

Professor Doutor Telmo Rui Carvalhinho Cunha Fernandes (Arguente)  
Professor Adjunto do Instituto Politécnico de Leiria.

Professora Doutora Susana de Jesus Mota (Coorientador)  
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro



## **agradecimentos**

Primeiramente, aos meus pais e irmãos pelo apoio incansável ao longo da minha vida acadêmica.

Agradeço também à minha restante família pelo suporte que sempre deram.

Aos meus orientadores, Prof. Armando Rocha e Prof. Susana Mota pelos conselhos de melhoria do trabalho e pela disponibilidade sempre manifestada por ambos em oferecer a sua ajuda. Em geral, obrigado pela ótima orientação e apoio.

Aos meus colegas e amigos que me ajudaram a ultrapassar as dificuldades do curso e que nunca desistiram mesmo em momentos menos cansativos em especial ao João Pinheiro, Filipe Resende e Gonçalo Oliveira.



**palavras-chave**

Linhas de transmissão, propagação em linhas de transmissão, ondas estacionárias, ondas de tensão e corrente numa linha, adaptação de linhas de transmissão, coeficiente de reflexão.

**resumo**

O ensino totalmente teórico pode não ser a forma mais fácil de ensino. É possível provar que um ensino recorrendo a exemplos práticos com ilustrações gráficas pode ser bastante benéfico quando a temática a abordar é complexa, difícil de explicar e abstrata. A temática de adaptação e linhas de transmissão é um exemplo.

Assim, o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma ferramenta gráfica e interativa, fácil de utilizar, que oferece um melhor entendimento não só sobre a forma como as ondas de tensão e corrente se propagam numa linha mas também conceitos fundamentais de linhas de transmissão e sua adaptação.

Para essa finalidade foram desenvolvidos dois programas em MATLAB, em que o primeiro foi dividido em dois e o segundo em cinco subprogramas.



**keywords**

Transmission lines, propagation in transmission lines, standing waves, voltage and current waves in transmission lines, matching of transmission lines, reflection coefficient.

**abstract**

Totally theoretical teaching may not be the easiest form of teaching. It is possible to prove that teaching using practical examples and graphic illustrations can be very beneficial when the subject to be addressed is complex, difficult to explain and abstract. The subject of adaptation and transmission lines is an example.

Thus, the objective of this work is the development of an easy-to-use graphical and interactive tool that offers a better understanding of how voltage and current waves propagate in a fundamental line and concepts of transmission lines and their adaptation.

For this purpose, two programs were developed in MATLAB, in which the first one was divided in two and the second in five subprograms.





# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação.....	1
1.2	Objetivos .....	1
1.3	Estrutura da tese.....	2
<b>2</b>	<b>Estado da arte e Revisão de Conceitos Fundamentais de Linhas de Transmissão</b>	<b>3</b>
2.1	Estado da Arte .....	3
2.1.1	Pesquisa de ferramentas didáticas a sobre a utilização da carta de Smith .....	3
2.1.2	Sistemas de adaptação de impedâncias e simulação temporal: uma pesquisa sobre programas existentes .....	5
2.2	Propagação em Linhas de Transmissão .....	13
2.2.1	Modelo da linha de transmissão .....	13
2.2.2	Equação de tensão e corrente ao longo da linha .....	15
2.2.3	Coeficiente de transmissão .....	19
2.2.4	Onda estacionária.....	20
2.2.5	Impedância de entrada de uma linha.....	21
2.2.6	Parâmetros relacionados com a transferência de potência .....	23
2.2.7	Adaptação de impedâncias.....	24
<b>3</b>	<b>Smith Chart - Tools.....</b>	<b>25</b>
3.1	Objetivos .....	25
3.2	Resposta em Frequência de Elementos Concentrados .....	25
3.2.1	Descrição da interface gráfica .....	25
3.2.2	Fundamentos teóricos.....	28
3.3	Impedância de uma Linha de Transmissão .....	29
3.3.1	Descrição da interface gráfica .....	29
3.3.2	Fundamentos teóricos.....	31
<b>4</b>	<b>Adaptação de Impedâncias .....</b>	<b>33</b>
4.1	Objetivos .....	33
4.2	Descrição da Interface Gráfica.....	33
4.2.1	Zona de entrada de dados .....	34
4.2.2	Zona de ações .....	35
4.2.3	Zona do esquemático .....	35
4.2.4	Zona de visualização da tensão e corrente num gráfico espaço tempo.....	36
4.2.5	Resposta em frequência e parâmetros de adaptação.....	36
4.2.6	Zona de mensagens .....	37
4.3	Adaptação com uma Reatância em Série.....	37
4.3.1	Fundamentos teóricos.....	38
4.3.2	Obtenção das equações de onda.....	40
4.3.3	Exemplos .....	42
4.4	Adaptação com uma Reatância em Paralelo.....	43
4.4.1	Fundamentos teóricos .....	44

4.4.2	Obtenção das equações de onda.....	45
<b>4.5</b>	<b>Adaptação com uma Linha de Comprimento <math>L</math> e Impedância Característica <math>Z_1</math> ....</b>	<b>48</b>
4.5.1	Fundamentos teóricos do sistema de adaptação .....	49
4.5.2	Obtenção das equações de onda.....	49
4.5.3	Exemplos .....	51
<b>4.6</b>	<b>Adaptação com Transformador de <math>\lambda/4</math>.....</b>	<b>52</b>
4.6.1	Fundamentos teóricos .....	52
4.6.2	Obtenção das equações de onda.....	54
4.6.3	Exemplos .....	56
<b>4.7</b>	<b>Adaptação com Stub Paralelo .....</b>	<b>57</b>
4.7.1	Fundamentos teóricos .....	58
4.7.2	Obtenção das equações de onda.....	60
4.7.3	Exemplos .....	63
<b>5</b>	<b>Resultados, Conclusões e Trabalho Futuro .....</b>	<b>65</b>
5.1	Resultados .....	65
5.2	Conclusões .....	65
5.3	Trabalho Futuro .....	66
<b>6</b>	<b>Bibliografia .....</b>	<b>67</b>

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Exemplo da Interface do Programa Transmission Line Impedance .....	4
Figura 2.2 Exemplo da Interface do Standing Wave Patterns .....	5
Figura 2.3 Reflectometer Calculator .....	6
Figura 2.4 Interface de Insigth to Reflection.....	7
Figura 2.5 General Impedance Transformer .....	8
Figura 2.6 Interface de Quarter Wavelength Transformer.....	9
Figura 2.7 Short Circuited Stub .....	10
Figura 2.8 Open Circuit Stub.....	11
Figura 2.9 Exemplo do Single Stub Matching.....	12
Figura 2.10 Modelo de uma Linha de Transmissão .....	14
Figura 2.11 Linha de Transmissão Genérica.....	16
Figura 3.1 Aspecto Geral da Ferramenta .....	26
Figura 3.2 Zona de Entrada de Dados .....	26
Figura 3.3 Zona de Frequência .....	27
Figura 3.4 Zona de Resultados .....	27
Figura 3.5 Zona da Carta de Smith .....	28
Figura 3.6 Desenho Geral da Ferramenta transmission line impedance .....	29
Figura 3.7 Zona Principal .....	30
Figura 3.8 Zona Gráfica.....	31
Figura 3.9 Zona da Linha de Transmissão .....	31
Figura 4.1 Exemplo da Interface do Programa Desenvolvido .....	34
Figura 4.2 Área de Entrada de Dados.....	35
Figura 4.3 Área de Ações .....	35
Figura 4.4 Área do Esquemático .....	36

Figura 4.5 Área da Representação das Ondas .....	36
Figura 4.6 Área de Parâmetros em Função da Frequência .....	37
Figura 4.7 Área de Mensagens .....	37
Figura 4.8 Sistema de Adaptação Série .....	38
Figura 4.9 Sistema de Adaptação com Impedância Série .....	42
Figura 4.10 Return Loss Simulado vs Medido .....	43
Figura 4.11 Coeficiente de Reflexão Simulado vs Medido .....	43
Figura 4.12 Esquemático do Sistema de Adaptação com Susceptância Paralela .....	44
Figura 4.13 Exemplo de Simulação em Frequência .....	48
Figura 4.14 Sistema de Adaptação com Linha de Comprimento $L$ e Impedância Característica $Z_1$ .....	48
Figura 4.15 Sistema de Adaptação com Linha de Impedância Característica $Z_1$ e Comprimento $L$ .....	51
Figura 4.16 Return Loss Simulado vs Medido .....	51
Figura 4.17 Coeficiente de Reflexão Simulado vs Medido .....	52
Figura 4.18 Sistema de Adaptação com Transformador $\lambda/4$ .....	52
Figura 4.19 Transformador de $\lambda/4$ .....	56
Figura 4.20 Return Loss Simulado vs Medido .....	57
Figura 4.21 Coeficiente de Reflexão Simulado vs Medido .....	57
Figura 4.22 Sistema de Adaptação com Stub Paralelo .....	58
Figura 4.23 Stub Paralelo .....	63
Figura 4.24 Return Loss Simulado vs Medido .....	64
Figura 4.25 Coeficiente de Reflexão Simulado vs Medido .....	64

# CAPÍTULO 1

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 MOTIVAÇÃO

Estudos comprovam que uma educação somente teórica é menos produtiva do que uma assente em exemplos práticos [1].

Com a ajuda da computação gráfica é possível a criação de programas científicos que permitem a visualização de fenómenos físicos invisíveis ao olho humano os quais, por vezes, podem ser muito abstratos e de difícil compreensão.

No ensino da teoria de linhas de transmissão, e também de adaptação de linhas de transmissão que lhe está associada, existe bastante falta de programas gráficos de fácil utilização dedicados à explicação e simulação sendo que, atualmente, a compreensão destas matérias é muito importante pois é a base dos sistemas RF.

No ensino destas matérias nas unidades curriculares de POE (Propagação de Ondas Eletromagnéticas) e AGO (Antenas e Guias de Onda) do curso MIEET observa-se alguma dificuldade em visualizar certos fenómenos que o professor tentava explicar por gestos ou explicados em livros recomendados para a unidade curricular [2] os quais, com a ajuda deste tipo de ferramentas, seriam ultrapassados mais rapidamente e com menos esforço mental, tais como: funcionamento gráfico da carta de Smith; impedância ao longo de uma linha de transmissão; representação de tensões e correntes ao longo de uma linha; variação do coeficiente de reflexão ao longo da linha; métodos de adaptação de uma linha de transmissão.

### 1.2 OBJETIVOS

O objetivo do trabalho é o desenvolvimento de uma plataforma vocacionada para o assunto de adaptação de impedâncias usando métodos que envolvem pelo menos um troço de linha de transmissão e eventualmente um elemento discreto. O público alvo é a comunidade académica (e não só) que envolve os professores e os alunos. Os professores que irão beneficiar de facilidades acrescidas na exposição teórica e apresentação de exemplos e os alunos que disporão de uma ferramenta para testarem os seus projetos e assim validar uma parte substancial do seu estudo. A plataforma, como elemento diferenciador, pretende ainda oferecer a resposta em frequência e a simulação temporal dentro do próprio sistema de adaptação, o qual é habitualmente apresentado como uma “caixa negra”.

Uma interface fácil de usar e versátil é ainda um importante objetivo pois ajuda a promover a sua utilização nas mais diversas situações.

### 1.3 ESTRUTURA DA TESE

No Capítulo 2, é feita uma avaliação crítica de ferramentas de software existentes realçando as suas qualidades e pontos a melhorar. De seguida, nos Capítulos 3 e 4, são apresentadas as ferramentas de software desenvolvidas, precedidas de uma forte base teórica e explicação gráfica começando por expor os seus principais objetivos. Por último, no Capítulo 5, são tiradas todas conclusões e sugerido algum progresso no seguimento deste trabalho.

# CAPÍTULO 2

## 2 ESTADO DA ARTE E REVISÃO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

### 2.1 ESTADO DA ARTE

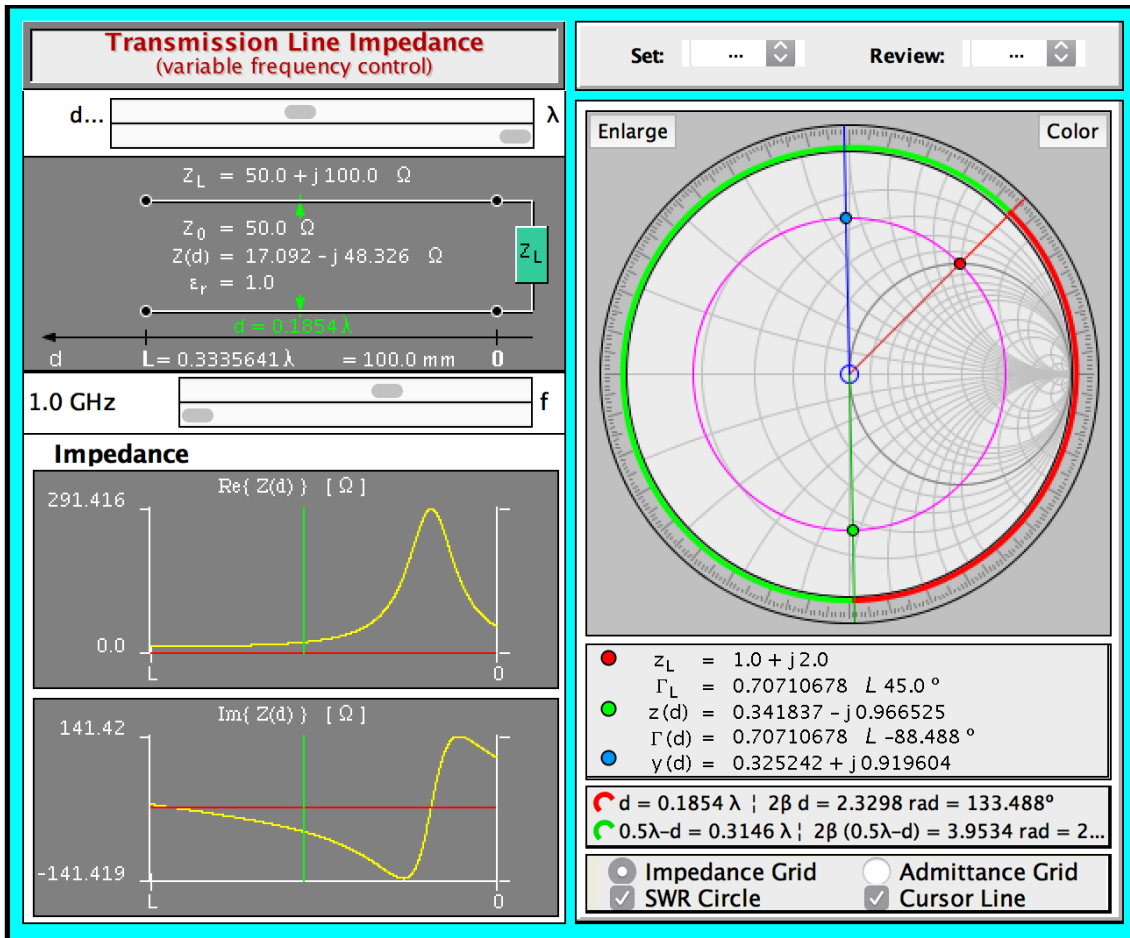
O estado da arte é uma parte bastante importante na construção de um trabalho científico. Este oferece-nos uma referência do que já se realizou no passado no âmbito do assunto a desenvolver para que o nosso projeto científico se diferencie e constitua uma mais valia para quem irá usufruir dele.

Nas secções seguintes irei abordar algumas ferramentas gratuitas de uma forma crítica salientando os pontos positivos e as debilidades que, de uma forma vincada, ajudaram a delinear a trajetória deste trabalho.

#### *2.1.1 PESQUISA DE FERRAMENTAS DIDÁTICAS A SOBRE A UTILIZAÇÃO DA CARTA DE SMITH*

##### **2.1.1.1 Impedância de entrada de uma linha de transmissão**

Este programa, Figura 2.1, desenvolvido pela Amanogawa [3] permite uma melhor compreensão do comportamento da impedância ao longo de uma linha terminada por uma carga  $Z_L$ . O comprimento da linha é sempre físico sendo possível alterar o comprimento elétrico alterando a frequência de trabalho. Com o recurso de um deslizador, é possível variar a distância à carga animando a carta de Smith existente e variando os valores de impedância de entrada ( $Z_{in}$ ), coeficiente de reflexão ( $\Gamma_{in}$ ) e admitância de entrada ( $Y_{in}$ ). Este também oferece a possibilidade de mostrar dois gráficos com a variação da parte real e imaginária da impedância de entrada ao longo da linha, o que constitui uma mais valia no processo de adaptação da linha.



© Amanogawa, 2017 – All Rights Reserved

FIGURA 2.1 EXEMPLO DA INTERFACE DO PROGRAMA TRANSMISSION LINE IMPEDANCE

Na zona de resultados do software é também possível observar o VSWR (Voltage Standing Wave Ratio ou Padrão de Onda Estacionária) que pode ser visto como uma medida de adaptação e os locais de tensão máxima e mínima da linha que são bastante importantes quando queremos adaptação com transformador de  $\lambda/4$ .

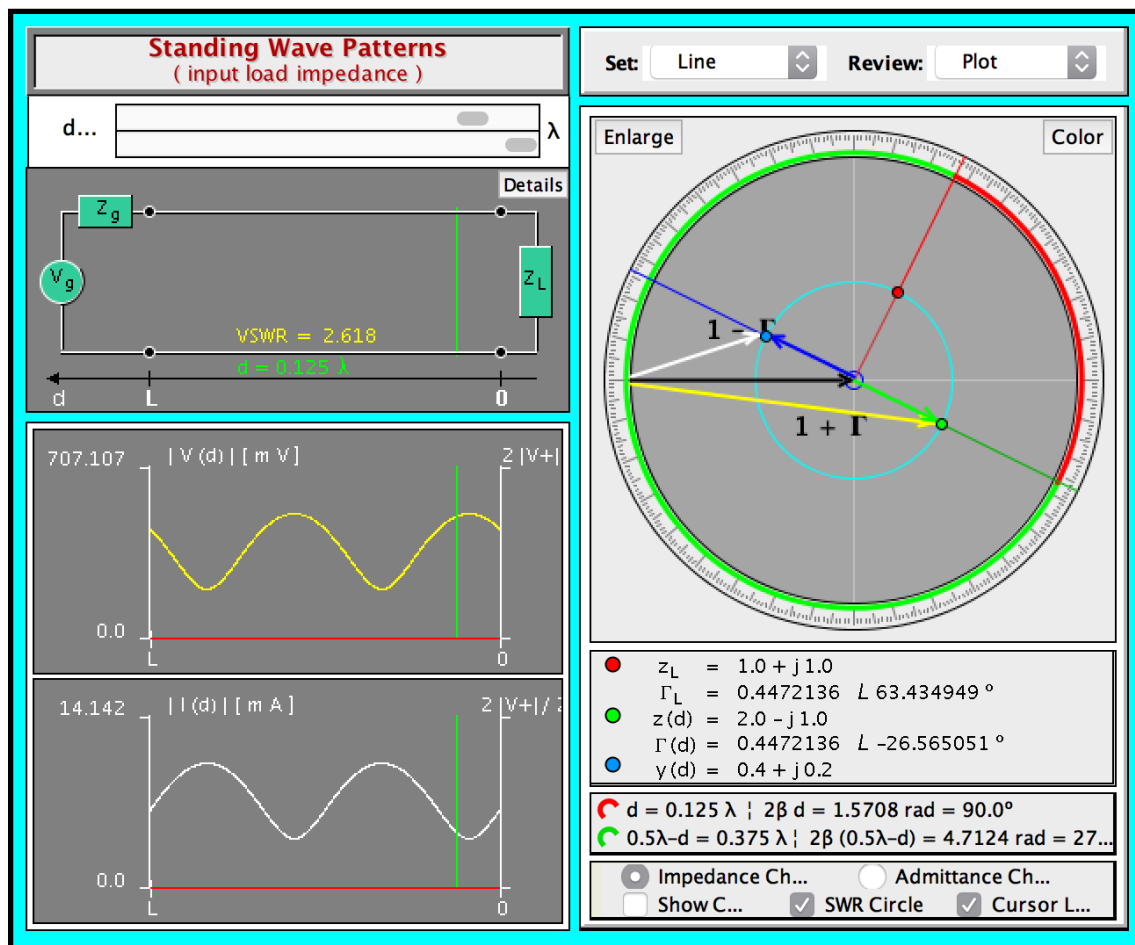
#### 2.1.1.2 Padrão de Onda Estacionária

Este software, Figura 2.2, também desenvolvido pela Amanogawa [4], incide principalmente no parâmetro VSWR. Esta ferramenta, como todas as desenvolvidas pela Amanogawa, permite a inserção da impedância de carga calculando o coeficiente de reflexão e a admitância. A principal diferença para o programa anterior consiste no desenho dos gráficos, uma vez que já é possível observar a onda total de tensão e corrente ao longo da linha e visualizar os pontos máximos e mínimos de tensão. Também no desenho da carta de Smith podemos observar os fasores  $(1+\Gamma)$  e  $(1-\Gamma)$  que são bastante importantes na compreensão do conceito de VSWR como mostra a equação (2-1).

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (2-1)$$



Iremos aprofundar esta temática mais a frente.



© Amanogawa, 2017 – All Rights Reserved

FIGURA 2.2 EXEMPLO DA INTERFACE DO STANDING WAVE PATTERNS

### 2.1.1.3 Demonstrador $Z_{in}$

Um outro demonstrador, desenvolvido anteriormente [5][6], segue sensivelmente a mesma filosofia, mas apresenta uma interface mais sóbria (e talvez menos cansativa) onde apresenta igualmente a impedância de entrada, mas com os fasores de tensão e corrente e a onda estacionária. Esta abordagem permite uma maior relação do assunto impedância de entrada de uma linha de transmissão com as relações fasoriais tensão corrente registadas ao longo da linha.

## 2.1.2 SISTEMAS DE ADAPTAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS E SIMULAÇÃO TEMPORAL: UMA PESQUISA SOBRE PROGRAMAS EXISTENTES

### 2.1.2.1 Programa “Reflectometer”

Esta aplicação em java [7], Figura 2.3, destaca-se por apresentar, no domínio do tempo, a tensão incidente (vermelho) e refletida (a verde) assim como a onda estacionária (azul). No entanto não é possível observar a progressão da tensão total. O programa fornece ainda ao utilizador valores de parâmetros importantes tais como perdas de retorno, coeficiente de reflexão e VSWR.

Porém, o programa em si é bastante pobre, pois só é possível impor uma carga totalmente resistiva o que a maior parte das vezes não é adequado. Além disso não fornece nem um varrimento na frequência, o que é muito interessante de observar, nem a possibilidade de adaptar o sistema.

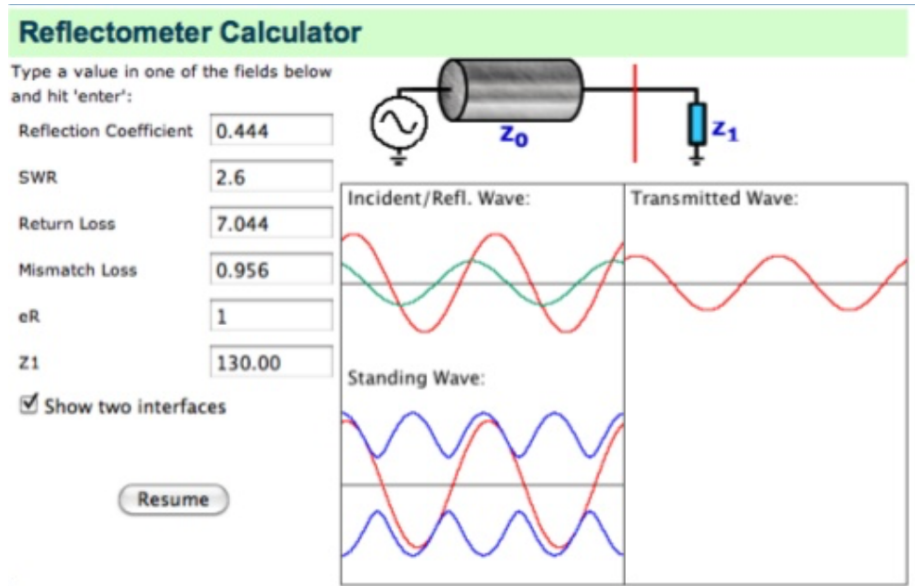


FIGURA 2.3 REFLECTOMETER CALCULATOR

### 2.1.2.2 Programa “Insigth to Reflection”

Este programa [8], Figura 2.4, embora muito simples também, apresenta maior versatilidade que o anterior. Para além de ser possível agora definir uma carga não puramente real é possível, com a ajuda de deslizadores, variar a carga que é representada por um paralelo de uma resistência e uma indutância. No entanto não é possível mudar a topologia da carga nem efetuar a introdução de uma carga complexa ou pelos valores nominais dos componentes.

Na parte do gerador, já é possível a escolha de três frequências diferentes, sendo também possível observar a representação das ondas no domínio do tempo: incidente, refletida e total. O programa também oferece a variação temporal num ponto da linha assim como o coeficiente de reflexão nesse ponto em módulo e fase. Como resultados, o programa apresenta a percentagem de potência entregue à carga e a percentagem de potência refletida para o gerador.

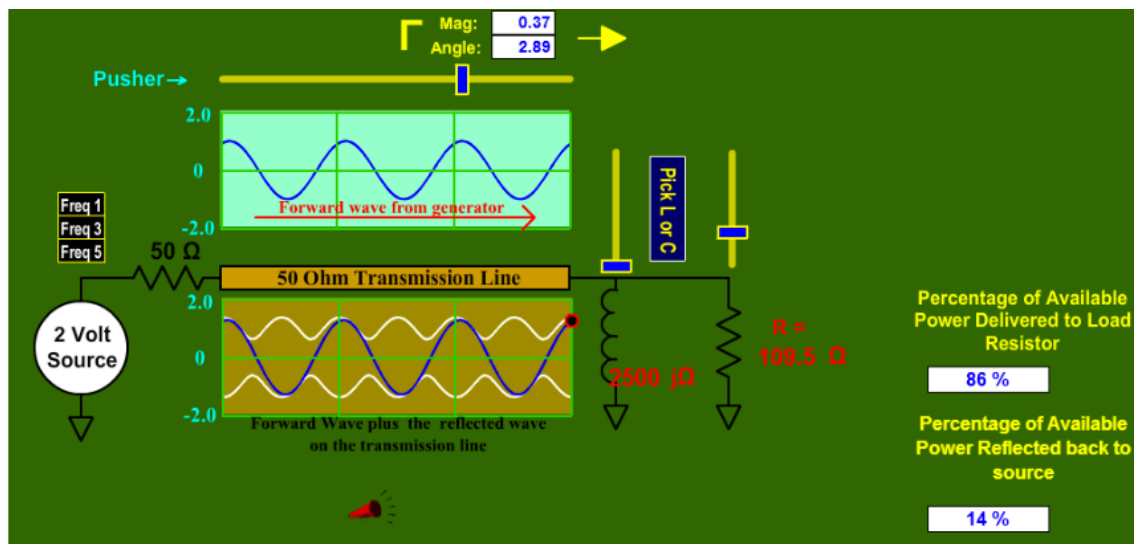


FIGURA 2.4 INTERFACE DE INSIGHT TO REFLECTION

O programa não fornece outras características fundamentais no estudo global de linhas de transmissão. Uma delas é a representação de todas as ondas, incluindo as de corrente, bem como a variação da carga com a frequência e/ou no ponto de adaptação. Os métodos de adaptação não estão descritos.

### 2.1.2.3 General Impedance Transformer

Este programa [9], ilustrado na Figura 2.5, apresenta um tutorial de como adaptar uma linha usando um transformador de impedâncias. Passo por passo, apresenta os pontos que se devem percorrer para adaptar a linha exibindo no fim, para cada solução, um gráfico do VSWR em função da frequência, evidenciado a largura de banda em que se conseguiu uma adaptação satisfatória.

Como variáveis de entrada, permite alterar a impedância de carga e a frequência de trabalho. A impedância característica também é editável, contudo esta é tipicamente  $50\Omega$  para todos os sistemas.

Seria interessante, porém, apresentar todas as ondas de tensão e corrente bem como a possibilidade de não querer adaptar. Contudo o programa não consegue ser interativo pois não existe possibilidade de alterar a impedância do transformador e/ou alterar o seu comprimento o que seria bastante interessante. Uma mais valia para este programa seria inserir a possibilidade de comutar o gráfico para mostrar outros parâmetros em função da frequência, tais como a impedância de entrada ou perdas de retorno, pois ajudam bastante na avaliação do sistema de adaptação.

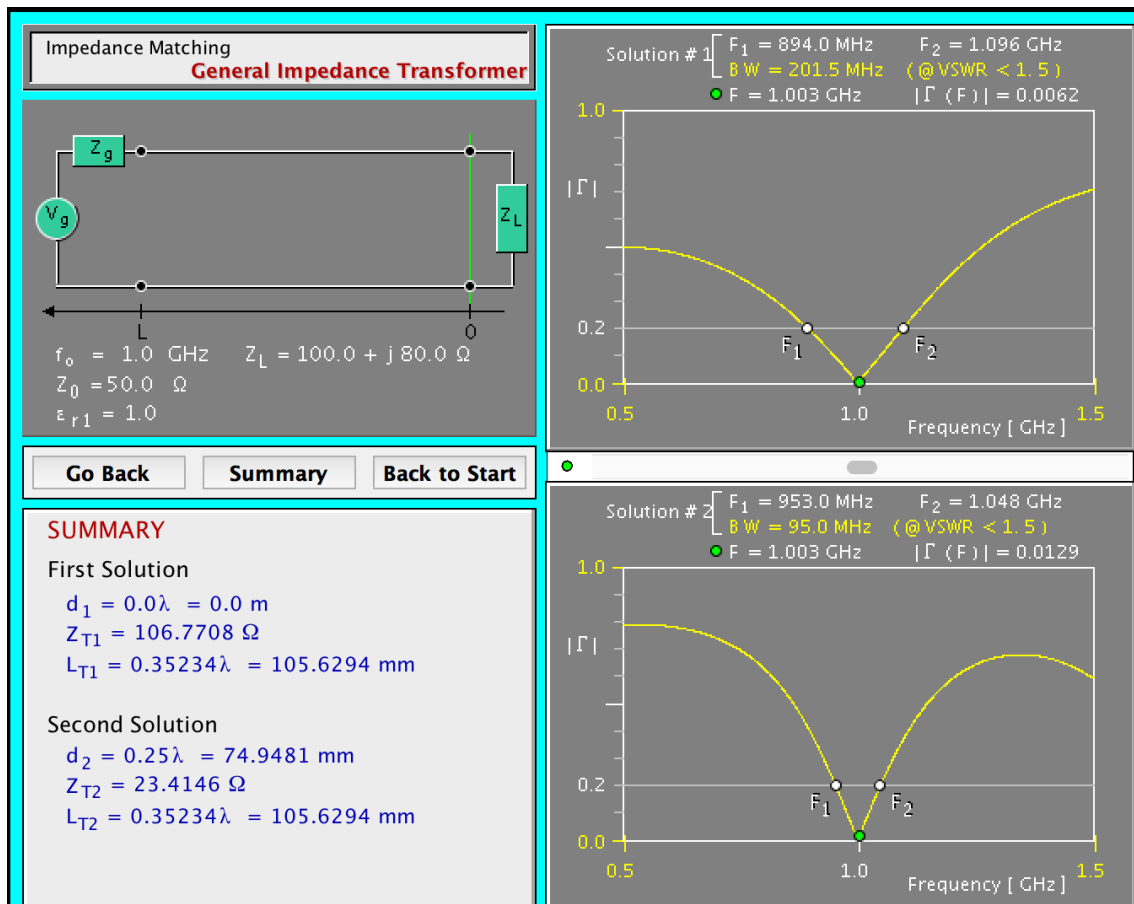


FIGURA 2.5 GENERAL IMPEDANCE TRANSFORMER

#### 2.1.2.4 Quarter Wavelength Transformer

Um programa, Figura 2.6, desenvolvido também pela Amanogawa [10] que tem como objetivo a explicação da adaptação de uma linha usando o transformador de  $\lambda/4$ . Este, como o anterior, explica por passos como chegar a adaptação, dando a solução do sistema. Permite a introdução de uma impedância de carga bem como a frequência de trabalho. Porém não permite a introdução de elementos concentrados para obter a carga.

No final de todos os passos, apresenta dois gráficos que mostram o quão adaptado o sistema se encontra bem como a largura de banda do sistema (o que é bastante interessante observar).

No entanto, a representação temporal de todas as ondas no sistema não é possível de observar com esta ferramenta.

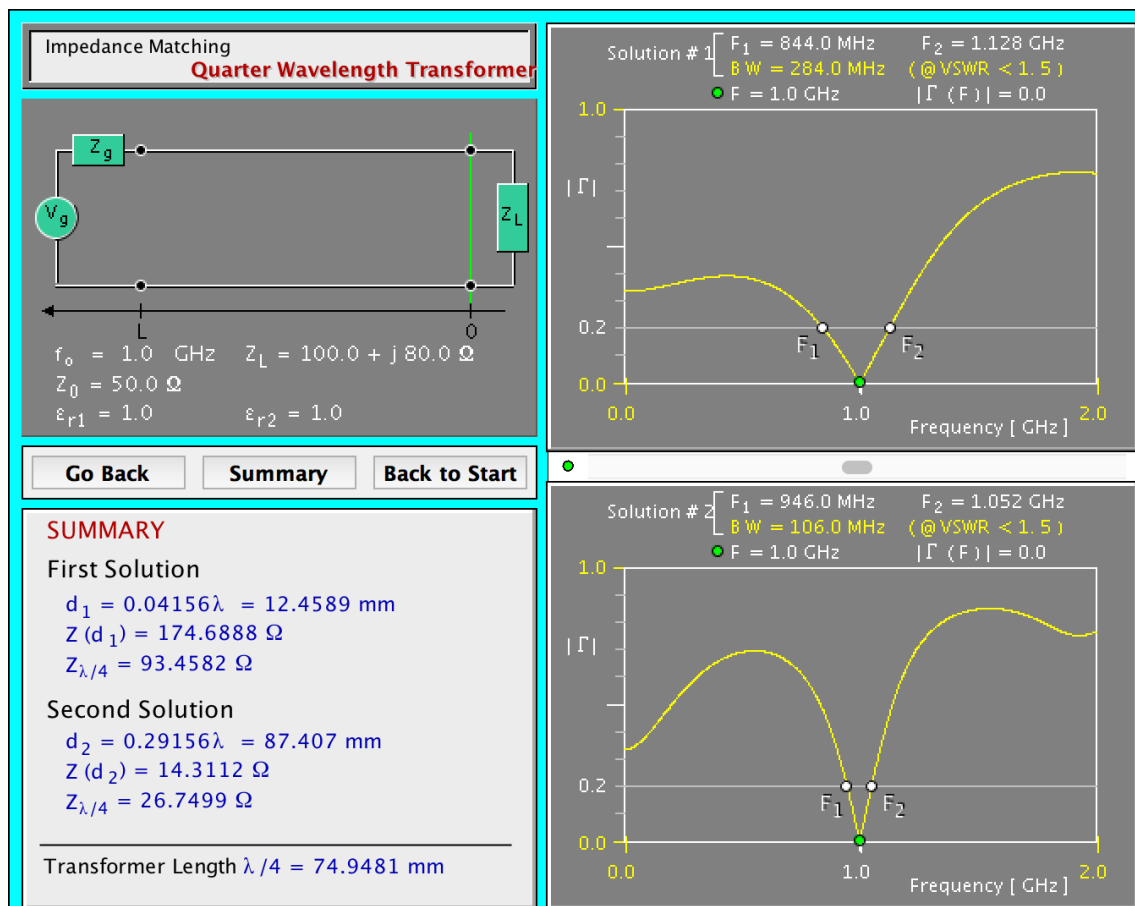


FIGURA 2.6 INTERFACE DE QUARTER WAVELENGTH TRANSFORMER

Em suma, para o simples objetivo de observar a solução de adaptação usando este sistema, esta ferramenta cumpre.

### 2.1.2.5 Short Circuited Stub & Open Circuited Stub

Esta ferramenta desenvolvida pela Amanogawa [11] visa auxiliar o projeto de stubs com vista à adaptação de uma linha de transmissão usando um stub paralelo ou série. Com ela é possível variar o comprimento de uma linha em curto circuito e a ferramenta mostra, na carta de Smith, o coeficiente de reflexão e respetiva impedância. A admitância de entrada também é mostrada sendo possível comutar entre carta de Smith de impedância e admitâncias. Variando o comprimento a ferramenta mostra, na zona dos gráficos, a parte imaginária da admitância pelo que se consegue perceber a comutação de comportamento capacitivo para indutivo quando ultrapassamos o comprimento elétrico de  $\lambda/4$ .

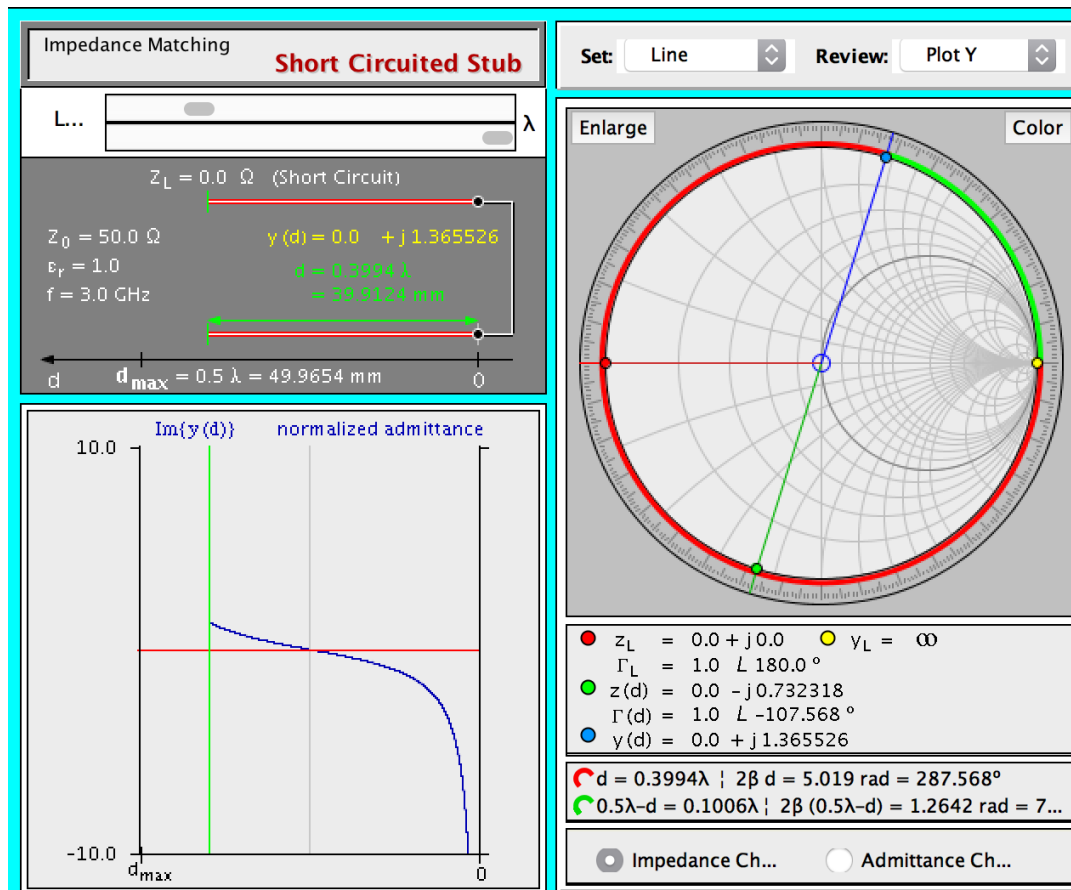


FIGURA 2.7 SHORT CIRCUITED STUB

Esta ferramenta [12] é bastante similar à anterior. É principalmente usada quando se pretende obter a adaptação de um sistema usando um stub em série ou paralelo com a linha. Como acontece na ferramenta abordada anteriormente, esta permite uma variação do comprimento da linha, que se encontra em circuito aberto ( $Z_L = \infty$ ), e mostra a sua susceptância num gráfico em tempo real. Na área de resultados é possível observar grandezas como o coeficiente de reflexão, impedância e admitância de entrada e comprimento elétrico da linha. A mudança para carta de admitâncias é também possível neste software.

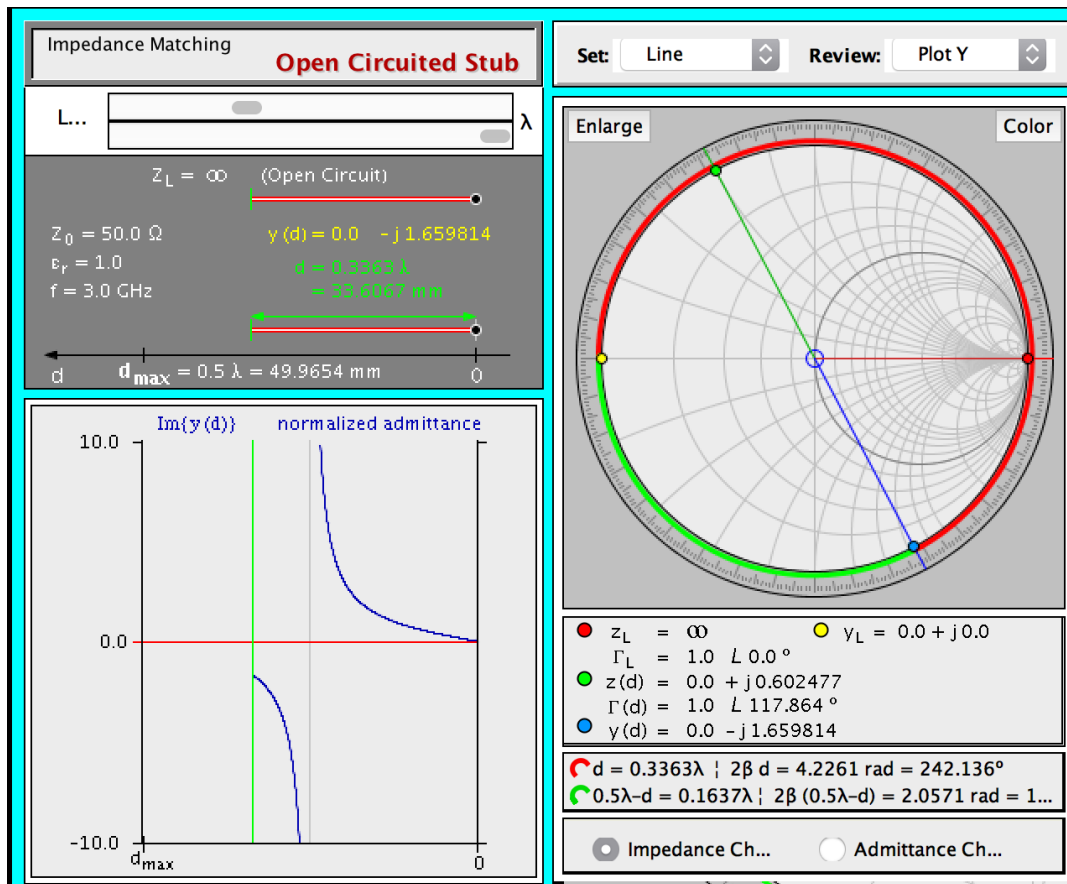


FIGURA 2.8 OPEN CIRCUIT STUB

### 2.1.2.6 Single Stub Matching

Uma ferramenta online, também desenvolvida pela Amanogawa [13], tem como finalidade explicar o processo de adaptação usando um stub em paralelo com a linha. Nesta ferramenta, como é ilustrado na Figura 2.9, é possível definir a frequência de projeto bem como a carga a adaptar. Selecionando a natureza do stub, circuito aberto ou curto circuito, o software oferece, passo a passo, as duas soluções do sistema apresentando no fim o módulo do coeficiente de reflexão em função da frequência. Durante o processo de adaptação é possível escolher a carta de Smith apresentada (impedâncias ou admitâncias) sendo que, ao longo da simulação, o programa mostra em tempo real valores como coeficiente de reflexão, impedância e admitância, comprimentos elétricos entre outros.

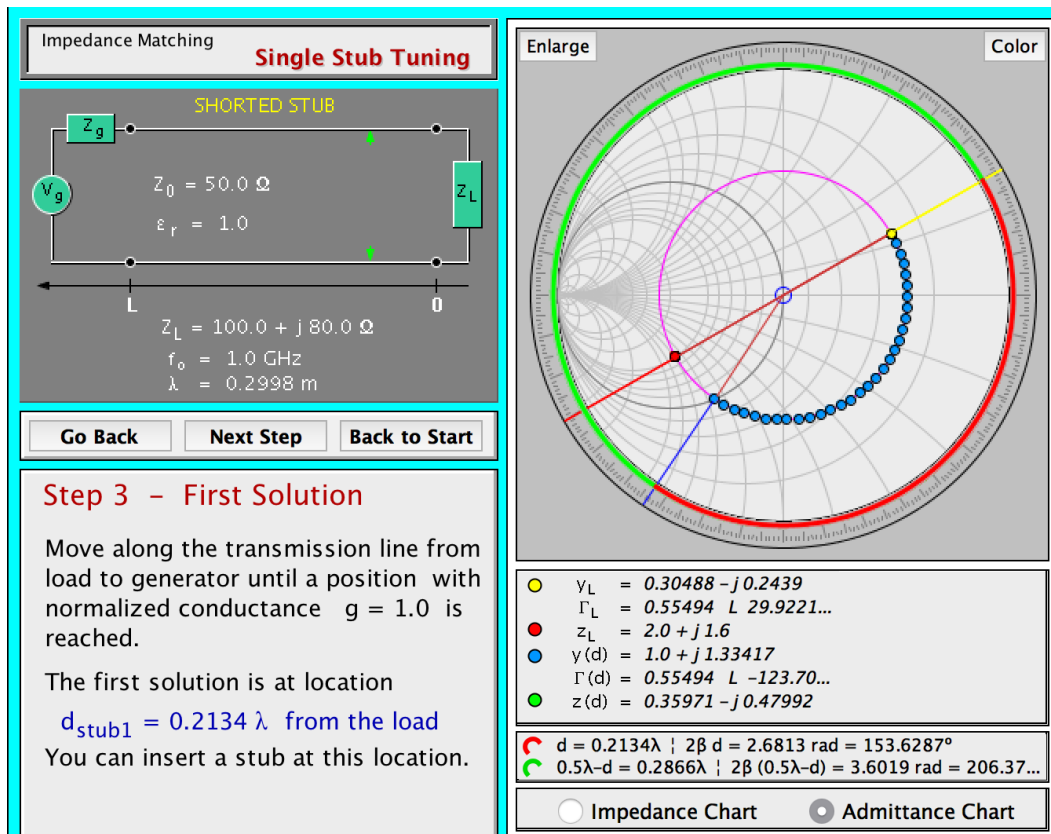


FIGURA 2.9 EXEMPLO DO SINGLE STUB MATCHING

### 2.1.2.7 Interactive MATLAB Programs for Impedance Matching

Este artigo [14] usa um conjunto de programas MATLAB para servir de apoio à aprendizagem de adaptação de impedâncias. O programa fornece a possibilidade de adaptar um sistema usando um stub simples ou duplo bem como um transformador de  $\lambda/4$  simples ou de múltiplas secções cascadeadas.

A ferramenta fornece a solução direta do sistema usando a ajuda gráfica de uma carta de Smith, no entanto não permite ao utilizador tentar adaptar o sistema. Usando esse programa também não é possível a observação das ondas de tensão e corrente na linha nem uma animação temporal das mesmas. Na carga apenas é possível definir a impedância não sendo possível inserir os elementos concentrados que compõem a carga.

Para o simples objetivo de adaptar a carga usando os métodos citados, a ferramenta torna-se bastante útil, porém para um melhor entendimento de fenómenos nas linhas de transmissão, esta ferramenta poderia ser bastante mais explorada.

### 2.1.2.8 BOUNCE

O BOUNCE [15] é um programa com uma interface muito simples no entanto muito poderoso em termos de recursos.

Este permite escolher uma topologia consistindo em linhas cascadeadas ou múltiplos stubs, porém não é possível simular sistemas mais simples usando por exemplo



reatâncias série. A impedância de carga pode ser representada por qualquer variação de um circuito RLC o que é bastante interessante pedagogicamente. Em termos de gráficos, a ferramenta desenha todas as tensões e correntes do sistema bem como a onda temporal de tensão ou corrente em qualquer ponto da linha.

No entanto, o programa não fornece a observação de uma carta de Smith ou impedância de entrada da linha em qualquer ponto nem outros parâmetros importantes em linhas de transmissão o que é bastante interessante de observar. A adaptação direta não é possível usando esta ferramenta nem um varrimento em frequência do circuito o que é bastante importante pois mostra como o circuito se comporta quando a frequência de projeto se encontra nas vizinhanças.

## 2.2 PROPAGAÇÃO EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

A baixas frequências de trabalho, o circuito pode ser descrito como uma resistência, indutância e capacitância pois o comprimento de onda associado a essa frequência é inversamente proporcional à frequência e é muito maior que as dimensões físicas do circuito. Por outras palavras todo o efeito indutivo, capacitivo ou resistivo reside entre os dois terminais do componente separados por uma distância nula. Neste tipo de circuitos – baixa frequência – a tensão e a corrente são representadas como função apenas do tempo.

Para frequências elevadas – na ordem das centenas de MHz – como o comprimento de onda é bastante menor a tensão e corrente num circuito com alguns cm deixarão de poder ser representadas apenas em função do tempo, mas necessitarão também da distância.

Portanto, se aplicarmos uma tensão sinusoidal de alta frequência entre dois condutores paralelos, o tempo de propagação faz com que a tensão não seja igual de ponto para ponto da linha formada pelos dois condutores.

### 2.2.1 MODELO DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Uma linha de transmissão pode ser descrita, do ponto de vista do modelo matemático, como uma cascata de uma resistência,  $Rdx$ , e um indutor em série,  $Ldx$  com uma condutância,  $Gdx$ , e um condensador em paralelo,  $Cdx$ . Cada célula tem um comprimento infinitesimal  $dx$  e  $R$  ( $\Omega/m$ ),  $L$  (H/m),  $G$  (S/m) e  $C$  (F/m) são os denominados parâmetros distribuídos da linha. A figura seguinte visa ilustrar este modelo. Definindo

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L \\ Y &= G + j\omega C \end{aligned} \quad (2-2)$$

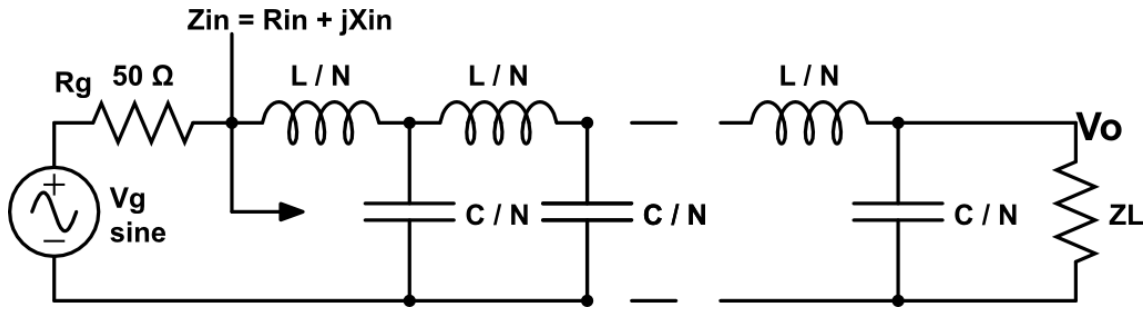


FIGURA 2.10 MODELO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

A tensão total numa linha é dada pela soma de duas tensões denominados de tensão incidente e refletida.

$$V(x) = V_1 e^{-\sqrt{ZY}x} + V_2 e^{\sqrt{ZY}x} \quad (2-3)$$

A corrente é calculada a partir da tensão e da impedância característica.

$$I(x) = \frac{V_1}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} e^{-\sqrt{ZY}x} - \frac{V_2}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} e^{\sqrt{ZY}x} \quad (2-4)$$

com  $\sqrt{ZY} = \gamma$  (a constante de propagação  $\text{m}^{-1}$ ) e  $\sqrt{\frac{Z}{Y}} = Z_0$  (a impedância característica da linha:  $\Omega$ )

Pela equação dos telegrafistas é possível concluir que as ondas refletidas de tensão e corrente numa linha de impedância característica real têm de estar em oposição de fase como vemos nas equações anteriores.

Nas equações anteriores, em ambas as ondas (incidente e refletida) aparece uma grandeza complexa denominada de constante de propagação  $\gamma = \alpha + j\beta$ . Este é o fator da equação que impõe a dependência da fase e amplitude da onda ao longo de  $x$ .

A parte real da constante de propagação depende da resistência por metro da linha  $R$ , que representa as perdas ohmicas da linha, e da condutância por metro que representa as perdas no dielétrico.

A parte imaginaria representa as trocas de energia entre as indutâncias série e as capacitâncias paralelo elementares da linha.

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + jX)(G + jB)} \quad (2-5)$$

A parte real da contante de propagação é denominada constante de atenuação  $\alpha$  (Np/m). Esta é responsável pelas perdas na linha e a amplitude da onda vai decaindo no sentido em que esta viaja. No caso da onda incidente a primeira parcela da equação( 2-3 ) simplificada fica  $e^{-\alpha x}$  pois o sentido positivo de  $x$  é o aquele em que a onda incidente viaja. Para o caso da onda refletida, como a onda viaja no sentido negativo de  $x$ , o termo

da atenuação aparece positivo ( $e^{\alpha x}$ ). A constante de atenuação, tal como definida anteriormente é dada em Np/m, mas os fabricantes normalmente fornecem a atenuação em dB/m ou dB/100m.

A atenuação entre dois pontos da linha é calculada pelas equações seguintes:

$$V(x_2) = V(x_1)e^{-\alpha(x_2-x_1)} \quad (2-6)$$

A atenuação A em Np é dada por:

$$A(Np) = \ln \left| \frac{V(x_1)}{V(x_2)} \right| \quad (2-7)$$

A atenuação também pode ser representada em decibéis pela seguinte formula.

$$A(dB) = 20 \log \left| \frac{V(x_1)}{V(x_2)} \right| \quad (2-8)$$

A parte imaginária da constante de propagação é denominada constante de fase  $\beta$  (rad/m). Esta descreve o atraso de fase que a ondas de tensão e corrente apresentam ao longo da linha. O fasor roda no sentido CW (clockwise) para o caso da onda incidente e CCW (counterclockwise) para o caso da onda refletida.

A contante de fase é dada pela seguinte expressão e a unidade é (rad/m):

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2-9)$$

Ou seja, a cada  $\lambda$  que a onda incidente viaja, a sua fase decai 360º ou  $2\pi$  radiano. Esta grandeza é também conhecida como frequência angular espacial, pois o significado é igual ao à frequência angular  $\omega$  para o caso do espaço, sendo o período T substituído pelo comprimento de onda  $\lambda$  (a onda repete-se na linha de  $\lambda$  em  $\lambda$ ).

### 2.2.2 EQUAÇÃO DE TENSÃO E CORRENTE AO LONGO DA LINHA

As equações ( 2-3 ) e ( 2-4 ) do ponto anterior representam as equações de onda de um sistema genérico. Recorrendo às equações anteriores iremos obter as equações de onda do sistema da Figura 2.11.

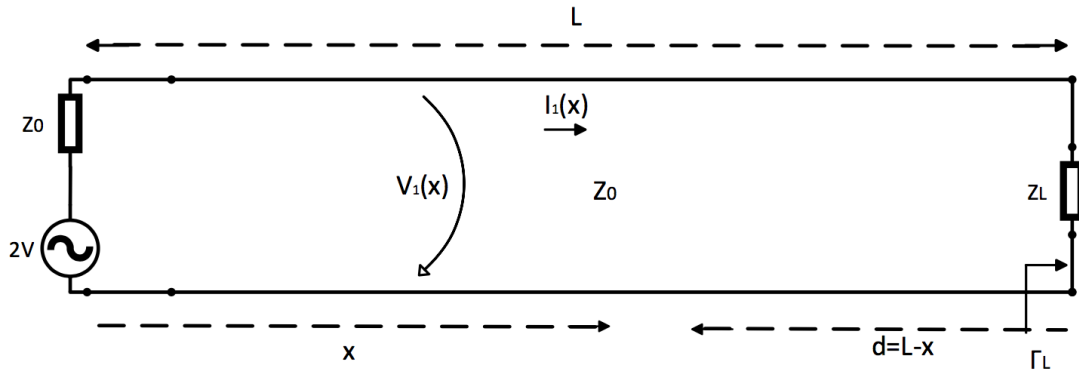


FIGURA 2.11 LINHA DE TRANSMISSÃO GENÉRICA

Como podemos observar na figura, a linha, de impedância característica  $Z_0$ , é atacada por um gerador de  $2\angle 0^\circ$  V e impedância interna de  $Z_g = Z_0$ . À entrada da linha, devido ao divisor resistivo, o fasor da onda de tensão desce para  $1\angle 0^\circ$  V.

Recorrendo às equações ( 2-3 ) e ( 2-4 ) a tensão e a corrente incidente na linha pode ser calculada:

$$V_{inc}(x) = V_1 e^{-\gamma x} \quad (2-10)$$

$$I_{inc}(x) = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\gamma x} \quad (2-11)$$

O fasor de tensão e corrente, ao mesmo tempo que se propagam na linha, ou seja,  $x$  aumenta, a sua fase diminui.

Neste ponto, é fundamental apresentar a definição de coeficiente de reflexão de tensão pois é muito importante na obtenção da onda refletida como iremos ver mais à frente.

Quando a carga não está perfeitamente adaptada, ou seja, não é transferida a máxima potência à carga, ocorrem fenómenos de reflexão. A onda total de tensão é, como já tínhamos visto antes, a sobreposição da onda incidente e da onda refletida na carga.

O coeficiente de reflexão de tensão é uma relação entre a tensão refletida e incidente

$$\Gamma(x) = \frac{V_2(x)}{V_1(x)} \quad (2-12)$$

Como a onda refletida existente numa linha tem origem na carga, o coeficiente de reflexão na carga torna-se bastante importante. Substituindo  $x$  por  $l$ , na equação ( 2-12 ) e usando a equação de onda genérica ( 2-3 ) temos:

$$\Gamma_L = \frac{V_2}{V_1} e^{2\gamma l} \quad (2-13)$$

Usando a definição de impedância iremos tentar relacionar o coeficiente de reflexão com a impedância de carga.

$$Z_L = \frac{V(x=l)}{I(x=l)} \quad (2-14)$$

$$Z_L = Z_0 \frac{V_1 e^{-\gamma l} + V_2 e^{+\gamma l}}{V_1 e^{-\gamma l} - V_2 e^{+\gamma l}} \quad (2-15)$$

Dividindo o numerador e denominador por  $V_1 e^{-\gamma l}$  e substituindo na equação ( 2-13 ) temos:

$$Z_L = Z_0 \frac{(1 + \Gamma_L)}{1 - \Gamma_L} \quad (2-16)$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2-17)$$

Esta equação é muito importante pois, sabendo a carga, é fácil calcular o seu coeficiente de reflexão. Se a carga for igual a  $Z_0$  obtemos um coeficiente de reflexão nulo e toda a potência será entregue à carga. Se tivermos um circuito aberto ( $Z = \infty$ ), curto-circuito ou qualquer carga de impedância puramente imaginária obtemos um coeficiente de reflexão cujo módulo é unitário e toda a potência incidente é refletida. A fase do coeficiente de reflexão depende naturalmente do valor da impedância.

Como normalmente só temos acesso às variáveis tensão no gerador e impedância de carga num circuito vamos reescrever as ondas de tensão e corrente numa linha dependendo da tensão inicial e da carga.

Combinando as equações ( 2-13 ) e ( 2-3 ) temos:

$$V(x) = V_1 e^{-\gamma x} + V_1 \Gamma_L e^{-2\gamma l} e^{+\gamma x} \quad (2-18)$$

$$V(x) = V_1 e^{-\gamma x} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(l-x)}) \quad (2-19)$$

E conseqüentemente a corrente vem:

$$I(x) = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\gamma x} - \frac{V_1}{Z_0} \Gamma_L e^{-2\gamma l} e^{+\gamma x} \quad (2-20)$$

$$I(x) = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\gamma x} (1 - \Gamma_L e^{-2\gamma(l-x)}) \quad (2-21)$$

Partindo da equação ( 2-18 ) é possível explicar o que acontece à tensão (e conseqüentemente à corrente) na linha. O fasor  $V_1$  parte do gerador sofrendo uma variação de amplitude e fase dados pelo fator  $e^{-\gamma x}$  (onda incidente) chegando à carga com o valor  $V_1 e^{-\gamma l}$ .

A tensão refletida tem origem na tensão de incidente. Esta sofre reflexão na carga (multiplica-se por  $\Gamma_L$ ) e parte da carga com um valor de  $V_1 e^{-\gamma l} \Gamma_L$  voltando ao gerador novamente onde assumirá o valor  $V_1 e^{-2\gamma l} \Gamma_L$ . A tensão refletida pode assim escrever-se total  $V_1 e^{-2\gamma l} \Gamma_L e^{+\gamma x}$ . Caso o gerador não tenha uma impedância interna igual à da linha a solução é similar, contudo  $V_1$  dependerá também do coeficiente de reflexão observado para o gerador.

As equações ( 2-18 ) e ( 2-19 ) podem ser reescritas tendo como referência a carga ao invés do gerador. Como  $x=l-d$  podemos substituir ficando com:

$$V(d) = V_1 e^{-\gamma(l-d)} + V_1 \Gamma_L e^{-2\gamma l} e^{+\gamma(l-d)} \quad (2-22)$$

$$V(d) = V_1 e^{-\gamma(l-d)} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma d}) \quad (2-23)$$

Analogamente para a equação da corrente:

$$I(d) = \frac{V_1}{Z_0} e^{-\gamma(l-d)} (1 - \Gamma_L e^{-2\gamma d}) \quad (2-24)$$

Expressas assim vemos que agora a onda incidente viaja no sentido negativo de  $d$  e a onda refletida no sentido positivo de  $d$ .

As equações no tempo são, agora, fáceis de obter sendo apenas necessário multiplicar as equações acima por  $e^{j\omega t}$  e tomar a parte real do resultado. Assim ficamos com:

$$V(x, t) = (V_1 e^{-\gamma x} + V_2 e^{+\gamma x}) e^{j\omega t} \quad (2-25)$$

$$v(x, t) = \text{Re}\{(V_1 e^{-\gamma x} + V_2 e^{+\gamma x}) e^{j\omega t}\} \quad (2-26)$$

$$V(x, t) = |V_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \phi_1) + |V_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \phi_2) \quad (2-27)$$

Em que  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são as fases dos fasores  $V_1$  e  $V_2$  no plano do gerador.

Da mesma forma, a corrente é calculada por:

$$I(x, t) = \frac{|V_1|}{|Z_0|} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \phi_1 - \phi_0) - \frac{|V_2|}{|Z_0|} e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \phi_2 - \phi_0) \quad (2-28)$$

em que  $\phi_0$  representa a fase de  $Z_0$ , que normalmente é nula pois é puramente resistiva.

Verificamos então, observando as equações acima, que a tensão e a corrente são representadas pela soma de duas ondas que viajam na linha em sentidos opostos. A primeira,  $V_1$ , representa a onda incidente que progride no sentido de  $x$  positivo pois a sua fase e amplitude decaem quando  $x$  aumenta e a segunda,  $V_2$ , representa a onda refletida pois a sua fase e amplitude aumentam com  $x$ .

Verificamos também que a corrente refletida se encontra em oposição de fase com a tensão refletida, mas veremos mais à frente que (além de ser uma consequência da solução das equações dos telegrafistas) fisicamente faz todo o sentido.

### 2.2.3 COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO

Se tivermos o caso de duas linhas em cascata com impedâncias características diferentes ocorrerá um fenómeno de reflexão na primeira linha e também transmissão para a linha seguinte. Como a tensão imediatamente antes e depois da descontinuidade tem de ser igual, a tensão incidente somada à tensão refletida tem de ser igual à tensão transmitida:

$$V_{inc} + V_{ref} = V_{trans} \quad (2-29)$$

Definimos o coeficiente de transmissão de tensão como:

$$\Gamma_t = \frac{V_t}{V_{inc}} \quad (2-30)$$

Combinando as equações ( 2-29 ) e ( 2-30 ) e partindo da definição de coeficiente de reflexão, temos:

$$\Gamma_t = 1 + \Gamma \quad (2-31)$$

Se o comprimento da segunda linha for nulo caímos no caso em que  $\Gamma$  diz respeito ao coeficiente de reflexão de uma carga e a tensão transmitida é a tensão na carga.

#### 2.2.4 ONDA ESTACIONÁRIA

Como já analisámos anteriormente, numa linha desadaptada, ocorrem fenómenos de reflexão que dão origem a ondas a viajar em sentidos opostos. Quando isto acontece, cria-se um fenómeno de interferência denominado de onda estacionária. É uma onda fixa no espaço e com amplitude variável ao longo da linha, apresentando máximos e mínimos de tensão e de corrente, os quais vamos analisar de seguida.

A amplitude da onda estacionária pode ser escrita através da equação seguinte.

$$|V(d)| = |V_1| |1 + |\Gamma_L| e^{j(\phi_L - 2\beta d)}| \quad (2-32)$$

Como podemos verificar pela equação anterior, se tivermos a linha adaptada – coeficiente de reflexão é zero – não teremos interferência e por consequência a onda estacionária é constante e a sua amplitude é igual à da onda incidente. Se a impedância de carga for um CC, CA ou impedância puramente imaginária, a amplitude da onda estacionária varia entre 0 e  $2V_1$ . O assunto ficará melhor esclarecido depois de apresentado o subcapítulo da impedância de entrada de uma linha.

Se analisarmos a equação ( 2-32 ) verificamos que a localização dos pontos de máximo e mínimos apenas dependem da fase do coeficiente de reflexão em  $d$  ( $\phi_L - 2\beta d$ ): nos pontos onde a fase é múltipla de  $2\pi$  a tensão incidente e refletida estão em fase e temos um máximo; nos pontos onde a fase é um múltiplo ímpar de  $\pi$  as tensões referidas estão em oposição e temos um mínimo de tensão. Assim, para a obtenção de um máximo, a expressão anterior deve verificar a seguinte condição:

$$\phi_L - 2\beta d_{max} = -2\pi n \quad (2-33)$$

$$d_{max} = \left( \frac{\phi_L}{4\pi} + \frac{n}{2} \right) \lambda \quad (2-34)$$

e a tensão máxima, substituindo em ( 2-32 ), fica:

$$|V(d)|_{max} = |V_1| (1 + |\Gamma_L|) \quad (2-35)$$



Para a obtenção do mínimo, o processo é semelhante e implica satisfazer a seguinte condição:

$$\phi_L - 2\beta d_{min} = -(2n + 1)\pi \quad (2-36)$$

$$d_{min} = \left(\frac{\phi_L}{4\pi} + \frac{n}{2} + \frac{1}{4}\right)\lambda \quad (2-37)$$

e a tensão num ponto de mínimo vem:

$$|V(d)|_{min} = |V_1| (1 - |\Gamma_L|) \quad (2-38)$$

Como podemos perceber, se a carga estiver adaptada a tensão no mínimo é igual à tensão no máximo, como já tínhamos concluído anteriormente.

O VSWR é definido com a relação entre amplitude máxima e mínima numa linha de transmissão. Dividindo as equações ( 2-35 ) e ( 2-38 ) uma pela outra ficamos com:

$$VSWR = \frac{|V(d)|_{max}}{|V(d)|_{min}} \quad (2-39)$$

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (2-40)$$

Um mesmo valor de VSWR pode ser causado por várias cargas diferentes pois apenas depende do módulo do coeficiente de reflexão e não da sua fase. É uma grandeza muito importante pois permite determinar o quão o sistema se encontra adaptado. O VSWR varia de 1 (para uma carga totalmente adaptada) até infinito (para uma carga totalmente desadaptada: CC, CA ou puramente reativa).

#### 2.2.5 IMPEDÂNCIA DE ENTRADA DE UMA LINHA

Como já vimos anteriormente, a impedância de entrada calcula-se sempre como na análise de circuitos convencional.

$$Z(d) = \frac{V(d)}{I(d)} \quad (2-41)$$

Substituindo pelas equações ( 2-23 ) e ( 2-24 ) temos:

$$Z(d) = Z_0 \frac{e^{\gamma d} + \Gamma_L e^{-\gamma d}}{e^{\gamma d} - \Gamma_L e^{-\gamma d}} \quad (2-42)$$

Substituindo  $\Gamma_L$  na equação anterior usando a equação ( 2-17 ) temos:

$$Z(d) = Z_0 \frac{Z_L(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}) + Z_0(e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})}{Z_0(e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}) + Z_L(e^{\gamma d} - e^{-\gamma d})} \quad (2-43)$$

Dividindo numerador e denominador por  $e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}$  e usando a expressão da  $\tanh(x)$ :

$$Z(d) = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma d)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma d)} \quad (2-44)$$

No entanto, a expressão simplificada para linhas sem perdas ( $\alpha=0$ ) é bastante mais utilizada. Então fazendo  $\alpha = 0$  temos:

$$Z(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \operatorname{tg}(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \operatorname{tg}(\beta d)} \quad (2-45)$$

Como a tangente é periódica de  $\pi$  em  $\pi$ , a impedância de entrada de uma linha é periódica de  $\lambda/2$  em  $\lambda/2$ .

Nos extremos a tensão e a corrente encontram-se em fase, logo, usando os fasores de tensão e corrente nos pontos de máximo podemos calcular a impedância de uma linha num ponto de máximo e mínimo.

Recorrendo à equação ( 2-35 ) a impedância num ponto de máximo de tensão fica:

$$Z(d_{max}) = \frac{V_1(1 + |\Gamma_L|)}{\frac{V_1}{Z_0}(1 - |\Gamma_L|)} \quad (2-46)$$

Note-se que a corrente refletida tem sempre um desfasamento de  $\pi$  em relação à tensão refletida. A impedância num ponto de máximo de tensão é então dada por:

$$Z(d_{max}) = Z_0 VSWR \quad (2-47)$$

Da mesma forma calcula-se a impedância num ponto de mínimo de tensão ( 2-38 ):

$$Z(d_{min}) = \frac{V_1(1 - |\Gamma_L|)}{\frac{V_1}{Z_0}(1 + |\Gamma_L|)} \quad (2-48)$$

ou seja,

$$Z(d_{min}) = \frac{Z_0}{VSWR} \quad (2-49)$$

A impedância num ponto de máximo é maior que  $Z_0$  enquanto que a impedância num ponto de mínimo é inferior a  $Z_0$ , contudo, em ambos os casos é um valor puramente real.

Após um ponto de mínimo (no sentido do gerador) a impedância de entrada da linha é indutiva e após um ponto de máximo, a impedância torna-se capacitiva. Entre estes dois pontos extremos, existe obrigatoriamente um ponto no qual a impedância assume a forma  $Z(d) = Z_0 \pm jX$ .

#### 2.2.6 PARÂMETROS RELACIONADOS COM A TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

A potência entregue por um gerador, de impedância interna igual à impedância característica da linha, a um ponto da linha a uma distância  $x$  do gerador e terminada numa carga com coeficiente de reflexão  $\Gamma_L$  é dada por:

$$P(x) = \frac{|V_g|^2}{4Z_0} e^{-2\alpha x} (1 - |\Gamma_L|^2 e^{4\alpha(x-l)}) \quad (2-50)$$

onde  $\alpha$  é a constante de atenuação da linha. Naturalmente que se  $x=l$  teremos a potência entregue à carga. A equação afirma essencialmente que a potência passível de ser entregue à carga diminui exponencialmente com a distância devido às perdas na linha e, no plano da carga, parte desta potência pode ser refletida pelo facto do coeficiente de reflexão da carga não ser nulo. Anular o coeficiente de reflexão é condição necessária para entregar a máxima potência à carga.

As perdas de retorno, em inglês Return Loss, representa uma relação, em decibel, entre a potência incidente e a potência refletida. É uma grandeza muito utilizada na medição de circuitos RF pois é uma medida indireta do quão adaptado está o circuito: quanto mais elevado for, mais adaptado se encontra o circuito e consequentemente menos potência por reflexão se perde.

Se  $|\Gamma|=0.707$  a perda por reflexão representa metade da potência incidente, ou seja, cerca de metade da potência incidente volta para o gerador.

Normalmente, para a maioria dos circuitos, 16 dB de perdas representa um bom valor pois apenas cerca de 2,5% da potência é refletida. Dispositivos de calibração tais como cargas adaptadas, requerem um RL bastante superior.

$$RL = -20 \log |\Gamma_L| \quad (2-51)$$

O coeficiente de transmissão de potência, tal como os outros descritos acima, representa uma medida da fração da potência incidente entregue à carga. O valor máximo para este parâmetro é de 1, o que significa que 100% da potência é entregue à carga. Esta medida está disponível nas cartas de Smith convencionais para medição e o seu valor pode ser calculado a partir da equação seguinte.

$$TC = 1 - |\Gamma_L|^2 \quad (2-52)$$

### 2.2.7 ADAPTAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS

A necessidade de modificar a carga para lhe entregar efetivamente toda a potência incidente exige frequentemente o dimensionamento de malhas de adaptação: um circuito, desejavelmente sem perdas, que se intercala entre a carga e a linha de forma a transformar a resistência e reatância da carga numa impedância igual à impedância característica da linha. A montante da malha de adaptação a linha estará adaptada.

Existem muitos métodos para efetuar adaptação de um circuito em RF. Contudo nesta ferramenta foram analisados aqueles que exigem pelo menos um troço de linha de transmissão e excluíram-se os que recorrem exclusivamente a parâmetros concentrados. Para promover adaptação com sucesso é necessário, no mínimo, usar uma malha que ofereça dois graus de liberdade, ou seja, teremos de ter acesso a duas variáveis no sistema.

- Adaptação com uma reatância em série com a linha a uma distância adequada da carga.
- Adaptação com uma reatância em paralelo com a linha a uma distância adequada da carga.
- Adaptação com linha de impedância característica  $Z_1$  e comprimento  $L$  adequados.
- Adaptação com transformador de  $\lambda/4$  colocado a uma distância adequada da carga.

Os fundamentos de cada um destes métodos serão abordados posteriormente.

# CAPÍTULO 3

## 3 *SMITH CHART - TOOLS*

Nesta secção iremos abordar o desenvolvimento de uma ferramenta que foi dividida em duas partes. A primeira aborda o comportamento de um circuito RLC série ou paralelo em função da frequência e como a sua impedância se representa na carta de Smith. O segundo permite um auxílio à adaptação pois, partindo de uma carga, representa na carta de Smith os pontos de adaptação e seus métodos possíveis.

### 3.1 OBJETIVOS

O desenvolvimento em MATLAB desta ferramenta tem como objetivo um auxílio à compreensão da carta de Smith e sua utilização. Recorrendo a esta ferramenta é possível observar a dependência de circuitos RLC série e paralelo com a frequência e sua representação na carta de Smith. O objetivo era um pouco mais ambicioso à altura da definição da tese, contudo preferiu-se redirecionar os trabalhos prioritariamente para as questões de adaptação de impedâncias.

Esta ferramenta apresenta também uma introdução ao segundo software – Adaptação de impedâncias – que é abordado no Capítulo 4. Através de uma animação, a ferramenta identifica os locais chave da linha onde a adaptação é possível usando os métodos previamente descritos. A animação é conveniente pois permite efetuar uma previsão abrangente das metodologias disponíveis conforme a impedância de carga.

### 3.2 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE ELEMENTOS CONCENTRADOS

Esta ferramenta apresenta na carta de Smith a resposta em frequência de elementos concentrados, em série ou paralelo, ajudando a compreender a representação de cargas na carta de Smith.

#### 3.2.1 *DESCRIÇÃO DA INTERFACE GRÁFICA*

Quando o programa é executado são apresentados dois separadores. Nesta secção iremos analisar a primeira parte da ferramenta, a qual podemos ver na figura seguinte.

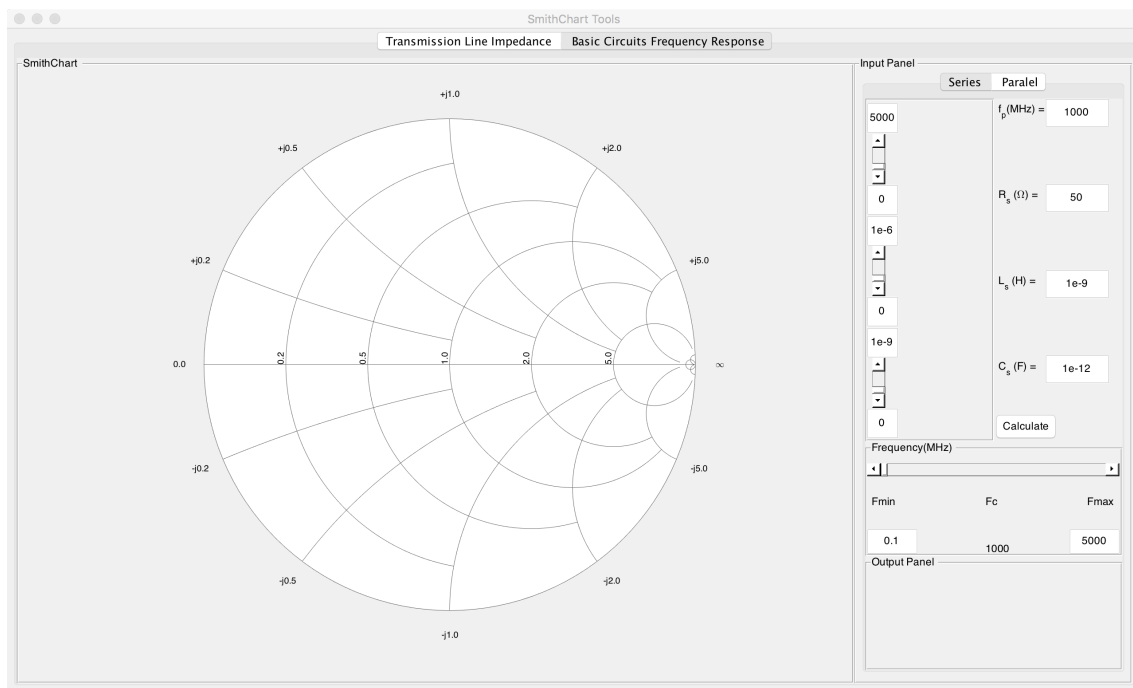


FIGURA 3.1 ASPECTO GERAL DA FERRAMENTA

O desenho geral da ferramenta foi dividido em quatro partes.

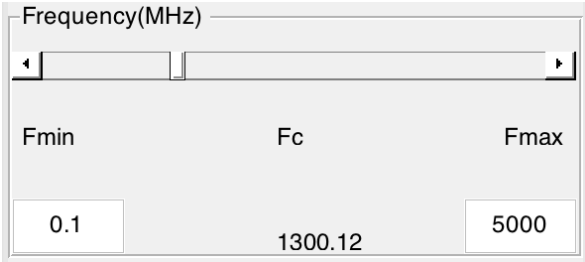
### 3.2.1.1 Zona de Entrada de Dados

Nesta zona é possível introduzir a frequência de trabalho assim como os valores nominais dos elementos concentrados. Utilizando separadores, a ferramenta permite comutar a configuração entre série e paralelo. Por fim, é também possível alterar, durante a execução do programa, os valores nominais dos elementos utilizando deslizadores. Os valores máximos e mínimos dos elementos são definidos nas caixas de texto editáveis.

FIGURA 3.2 ZONA DE ENTRADA DE DADOS

### 3.2.1.2 Zona de definição de frequências

Nesta área é possível variar a frequência de trabalho recorrendo a um deslizador. Esta altera a carga na carta de Smith assim como os valores no painel de saída de dados. As frequências mínima e máxima são definidas usando caixas de texto editáveis e representam a gama de frequência em que o sistema é testado.



Fmin	Fc	Fmax
0.1	1300.12	5000

FIGURA 3.3 ZONA DE FREQUÊNCIA

### 3.2.1.3 Zona de Resultados

Esta área é dedicada exclusivamente à saída de valores do sistema. Aqui a ferramenta apresenta parâmetros importantes em linhas de transmissão tais como impedância e admitância do circuito, coeficiente de reflexão e transmissão no formato polar, perdas por retorno e VSWR.



Zin( $\Omega$ )	Yin(S)
50-1.1e+02i	0.0032+0.0073i
p(polar)	pt(polar)
0.57-0.5i	1.6-0.5i
RL(dB)	VSWR
2.5	7.1

FIGURA 3.4 ZONA DE RESULTADOS

### 3.2.1.4 Zona da Carta de Smith

Aqui é feita uma representação em carta de Smith do coeficiente reflexão em toda a gama de frequências, com destaque para a frequência de trabalho do sistema.

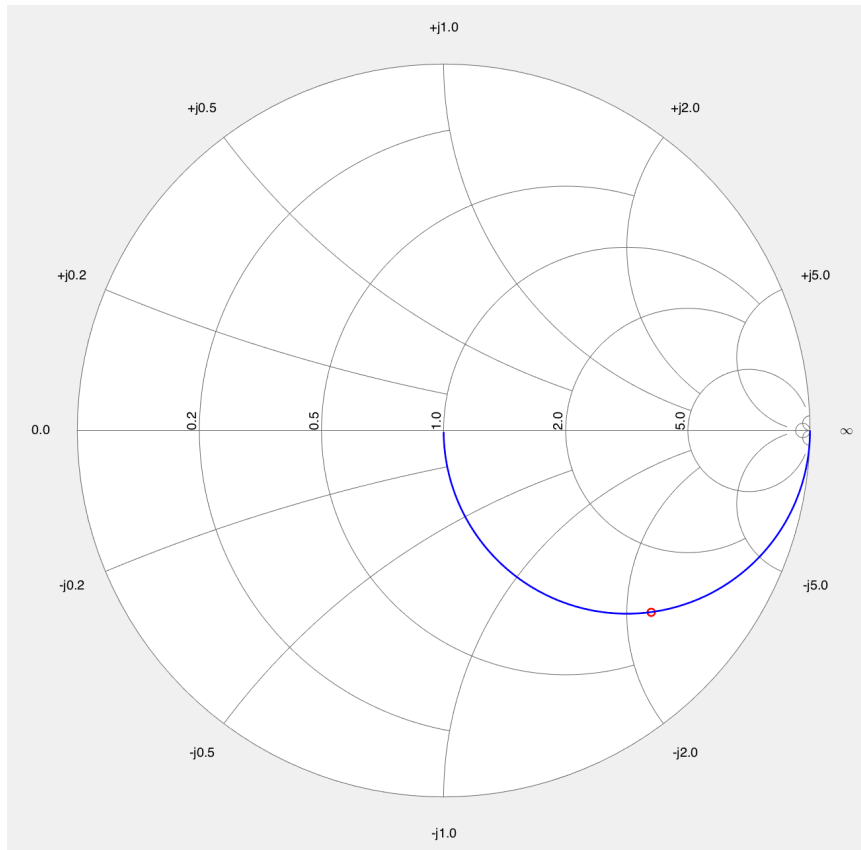


FIGURA 3.5 ZONA DA CARTA DE SMITH

### 3.2.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

As cargas são representadas tipicamente por elementos passivos como condensadores, indutâncias e resistências.

A impedância de um condensador, em que  $X_c$  se chama reatância, varia com a frequência conforme a equação seguinte:

$$jX_c = -\frac{j}{\omega C} \quad (3-1)$$

E a sua admitância, em que  $B_c$  se chama susceptância, é dada pelo inverso da reatância:

$$jB_c = j\omega C \quad (3-2)$$

Como podemos ver pelas equações anteriores a reatância de um condensador é sempre negativa (parte de baixo da carta de Smith) e é tanto maior quanto menor é a sua capacidade.

A impedância de uma bobine, em que  $X_L$  é a reatância, é dada por:



$$jX_L = j\omega L \quad (3-3)$$

E a admitância, em que  $B_L$  é a susceptância, é calculada da mesma forma, ficando:

$$jB_L = -\frac{j}{\omega L} \quad (3-4)$$

Assim a reatância de uma bobine é sempre positiva (parte superior da carta de Smith) e aumenta proporcionalmente com o aumento da sua indutância.

### 3.3 IMPEDÂNCIA DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Esta ferramenta é muito útil na obtenção dos pontos da linha onde a adaptação é possível. Partindo de uma representação animada da impedância da linha na carta de Smith são oferecidas as distâncias à carga em comprimentos elétricos e o método de adaptação a utilizar.

#### 3.3.1 DESCRIÇÃO DA INTERFACE GRÁFICA

O segundo separador seleciona esta ferramenta. A figura seguinte ilustra a configuração geral da ferramenta quando é executada pela primeira vez.

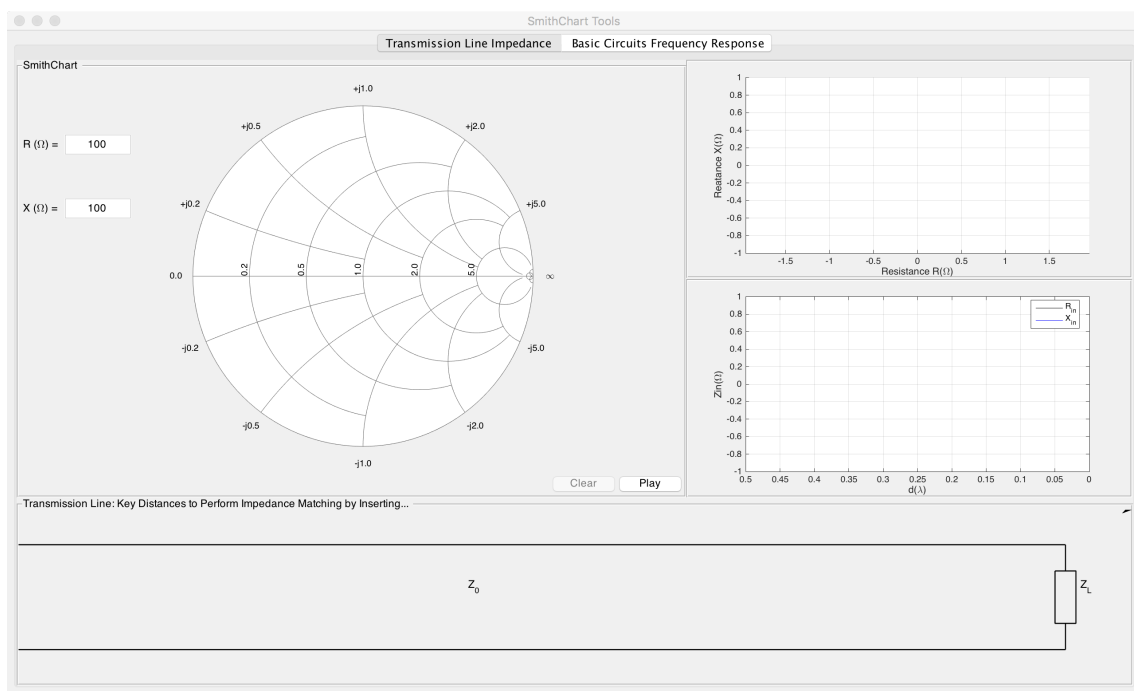


FIGURA 3.6 DESENHO GERAL DA FERRAMENTA TRANSMISSION LINE IMPEDANCE

Como vemos na figura acima, esta ferramenta está dividida essencialmente em três zonas.

#### 3.3.1.1 Zona Principal

Nesta zona é inserida a impedância de carga como parte real e imaginária recorrendo a caixas de texto editáveis do MATLAB. Aqui é também desenhada a Carta de Smith onde

a animação é feita bem como os botões de “Play” e “Clear”. O primeiro inicia a simulação automática que, ao percorrer a linha de transmissão, deteta os pontos de adaptação da linha indicando os valores de comprimentos elétricos à carga. O segundo botão limpa a figura para iniciar uma nova animação. A figura abaixo ilustra o funcionamento.

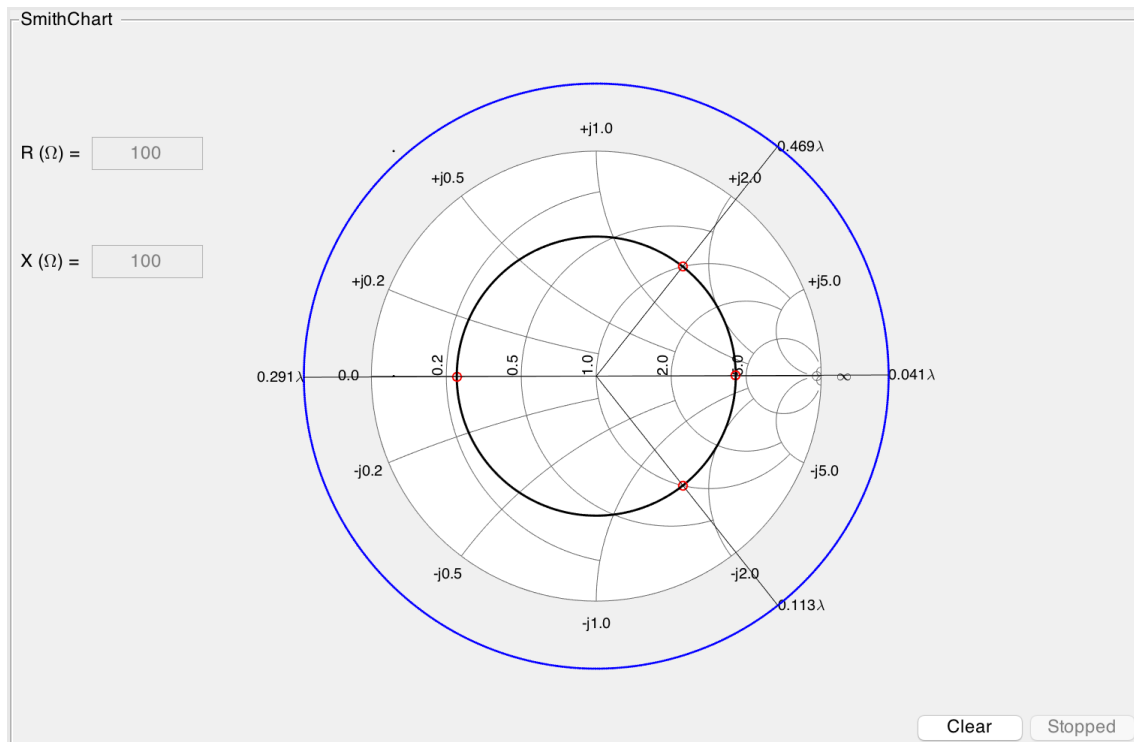


FIGURA 3.7 ZONA PRINCIPAL

### 3.3.1.2 Zona Gráfica

Esta é a zona dedicada ao desenho de gráficos e encontra-se dividida em duas partes. O primeiro gráfico representa a dependência da parte imaginária da impedância de entrada ao longo da linha em função da parte real. O segundo apresenta a variação da parte real e imaginária ao longo da linha de transmissão com destaque para os pontos onde adaptação é possível. Interessante notar que uma circunferência na Carta de Smith se traduz numa circunferência no plano complexo de impedâncias devido às conhecidas propriedades da família das transformações conformes, em que se insere a transformação entre impedância e respetivo coeficiente de reflexão.

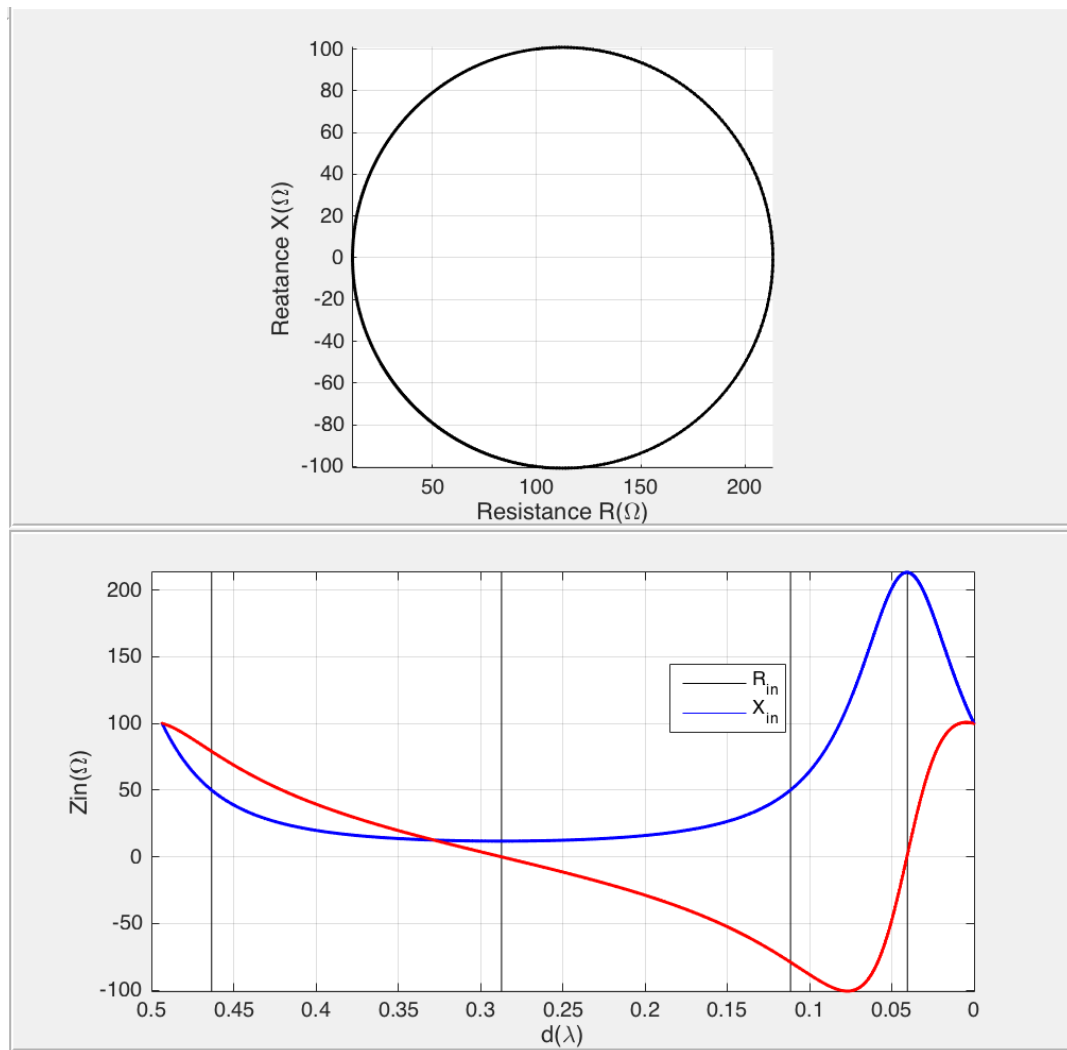


FIGURA 3.8 ZONA GRÁFICA

### 3.3.1.3 Zona da Linha de Transmissão

Nesta zona é apresentada uma animação ao longo da linha de transmissão. A linha tem um comprimento elétrico de  $\lambda/2$ , que corresponde a uma volta completa na carta de Smith e são apresentados os pontos da linha que possibilitam a adaptação e, para cada ponto, é realçado o método de adaptação a usar.

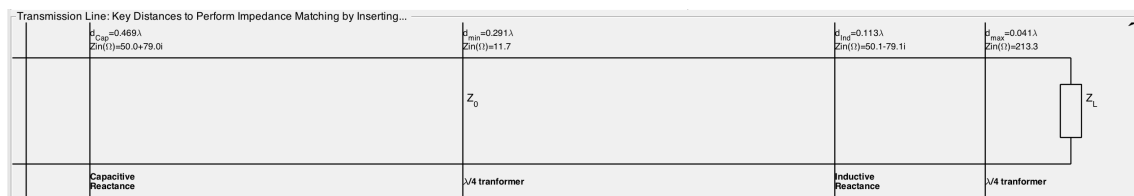


FIGURA 3.9 ZONA DA LINHA DE TRANSMISSÃO

### 3.3.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Como já analisámos anteriormente, numa linha de transmissão com um comprimento elétrico de  $\lambda/2$  existem, geralmente 4 pontos onde esta pode ser adaptada utilizando apenas uma reatância série ou um transformador de  $\lambda/4$ .

No caso da reatância série, esses pontos correspondem a locais onde a parte real da impedância de entrada da linha apresenta  $50\Omega$ , podendo a parte imaginária ser anulada recorrendo a um elemento puramente capacitivo ou indutivo, seja ele concentrado (condensador ou bobine) ou sintetizado através de linhas de transmissão (stub). O elemento deve ser colocado na linha em série.

Os pontos onde a  $R_{in} = Z_0$  podem ser calculados igualando a equação que define a impedância de uma linha a uma impedância da forma  $Z_0 \pm jX$  como podemos verificar mais à frente nas equações ( 4-1 ) a ( 4-5 ).

Os outros dois pontos da linha encontram-se em máximos e mínimos de tensão onde apenas temos a parte real da impedância de entrada da linha. Nestes pontos é possível usar um transformador de  $\lambda/4$  para adaptar a linha como iremos analisar mais à frente neste trabalho.

Os pontos de máximo são calculados igualando a fase do coeficiente de reflexão a um múltiplo de  $2\pi$  (ou seja a tensão incidente e refletida estão em fase), tal como apresentado nas equações ( 2-32 ) a ( 2-34 ).

Os pontos de mínimo ocorrem quando a tensão incidente e refletida estão em oposição de fase ( $180^\circ$ ) e são calculados como apresentado nas equações ( 2-36 ) e ( 2-37 ).

# CAPÍTULO 4

## 4 ADAPTAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS

Esta secção aborda a implementação de um conjunto de programas, um por cada subsecção, que têm como função simular, no domínio do tempo e frequência, circuitos de adaptação que usam até duas secções de linhas de transmissão ou um único elemento concentrado e uma secção de linha de transmissão. Os programas também apresentam a resposta em frequência de vários parâmetros importantes relacionados com a transferência de potência. O programa permite ainda calcular os parâmetros físicos (comprimentos e valores nominais) que promovem a adaptação.

### 4.1 OBJETIVOS

O desenvolvimento deste programa em MATLAB tem como objetivo principal promover uma melhor compreensão dos variados tipos e métodos de adaptação de uma carga.

Esta ferramenta utiliza as facilidades gráficas do MATLAB para criar botões, deslizadores, caixas de texto editáveis e botões rádio que, ao serem premidos, desencadeiam a execução de uma função.

### 4.2 DESCRIÇÃO DA INTERFACE GRÁFICA

O programa é composto por cinco separadores – um para cada sistema de adaptação – que serão estudados com mais detalhes nas secções seguintes. Porém a sua interface gráfica é similar em todos.

Quando o programa é executado, é apresentada uma janela, semelhante à que se apresenta na Figura 4.1. A interface pode ser dividida em cinco grandes partes que são descritas a seguir.

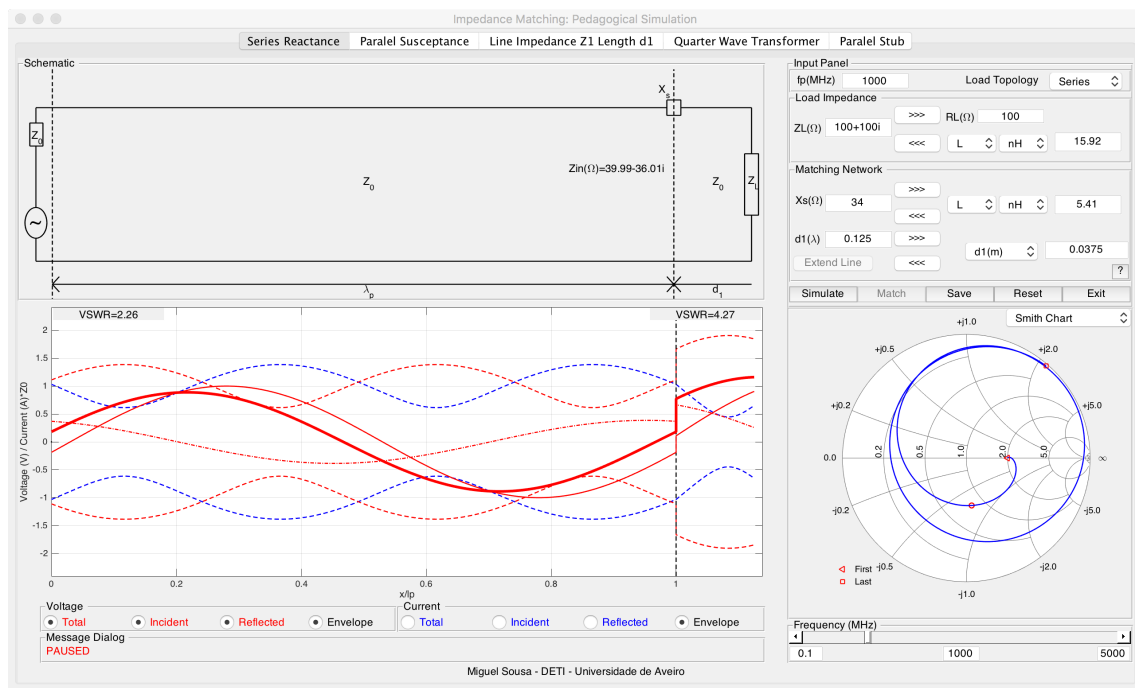


FIGURA 4.1 EXEMPLO DA INTERFACE DO PROGRAMA DESENVOLVIDO

#### 4.2.1 ZONA DE ENTRADA DE DADOS

Esta área da interface pode ainda ser dividida em duas partes: uma relacionada com a impedância de carga e a outra com as características do circuito que pretende promover a adaptação.

Na primeira é possível fixar a frequência de projeto, em MHz, e estipular a topologia da carga (série ou paralelo). Também é possível, a partir dos valores nominais dos elementos concentrados, calcular a sua impedância e vice-versa. Por conveniência, dadas as frequências envolvidas, os valores nominais dos elementos podem ser representados em  $\mu\text{H}$  ou nH, para o caso da indutância e em nF ou pF, para o caso do condensador.

Na segunda subárea, dependendo do sistema de adaptação, a interface varia ligeiramente. Nos separadores referentes aos sistemas de adaptação que usam elementos concentrados, é permitido tanto calcular a impedância sabendo o valor nominal do elemento como o contrário. Quando se pretende a adaptação com stub, sabendo a impedância ou a admitância, a ferramenta permite calcular o comprimento elétrico do stub podendo escolher ainda se termina em curto-circuito ou circuito aberto. O cálculo contrário é sempre possível. Também permite, em todos os separadores por igual, definir a distância da carga ao elemento intercalado em comprimento físico ou elétrico. Um exemplo desta área pode ser visto na figura seguinte.

The Input Panel interface contains the following sections and controls:

- Input Panel** (Title Bar)
- Frequency:** A text box labeled "fp(MHz)" with the value "1000".
- Load Topology:** A dropdown menu currently set to "Series".
- Load Impedance:**
  - A text box labeled "ZL( $\Omega$ )" with the value "100+100i".
  - Navigation buttons: ">>>" and "<<<".
  - A text box labeled "RL( $\Omega$ )" with the value "100".
  - Navigation buttons: "<<<" and ">>>".
  - Unit selection dropdowns for "L" and "nH", both currently set to "nH".
  - A text box showing the calculated value "15.92".
- Matching Network:**
  - A text box labeled "Xs( $\Omega$ )" with the value "34".
  - Navigation buttons: ">>>" and "<<<".
  - Unit selection dropdowns for "L" and "nH", both currently set to "nH".
  - A text box showing the calculated value "5.41".
  - A text box labeled "d1( $\lambda$ )" with the value "0.125".
  - Navigation buttons: ">>>" and "<<<".
  - A unit selection dropdown for "d1(m)" currently set to "m".
  - A text box showing the calculated value "0.0375".
  - An "Extend Line" button.
  - A help button labeled "?".

FIGURA 4.2 ÁREA DE ENTRADA DE DADOS

#### 4.2.2 ZONA DE AÇÕES

Neste painel, Figura 4.3, é possível realizar várias ações:

- **Simular:** Com base nos parâmetros inseridos e validados este botão permite simular no domínio do tempo todas as tensões e correntes (incidentes e refletidas) em todos os troços do sistema sendo possível escolher as que se pretendem observar.
- **Adaptar:** Este tem como única função, sabendo a carga e a frequência de projeto, calcular e apresentar os valores (ou conjunto de valores) dos componentes que conduzem à adaptação do sistema.
- **Salvar:** Quando premido é criado um ficheiro .mat com todas as variáveis do sistema simulado.
- **Reset:** Repõe todos os valores de inicialização, simulando-os.
- **Sair:** Encerra o programa.

The action bar consists of five buttons arranged horizontally: "Simulate", "Match", "Save", "Reset", and "Exit".

FIGURA 4.3 ÁREA DE AÇÕES

#### 4.2.3 ZONA DO ESQUEMÁTICO

Esta é a área dedicada ao desenho e animação do circuito em análise. O esquemático contempla o gerador (assume-se, por conveniência, uma tensão e 2V que se traduz numa tensão incidente de 1V), a impedância interna igual à impedância característica da linha (tipicamente  $Z_0=50\Omega$ ), um troço de linha com um comprimento de onda à frequência de projeto, o circuito de adaptação aplicado e, finalmente, a impedância de carga. Apresenta-se ainda a impedância de entrada no ponto de aplicação do circuito de adaptação.

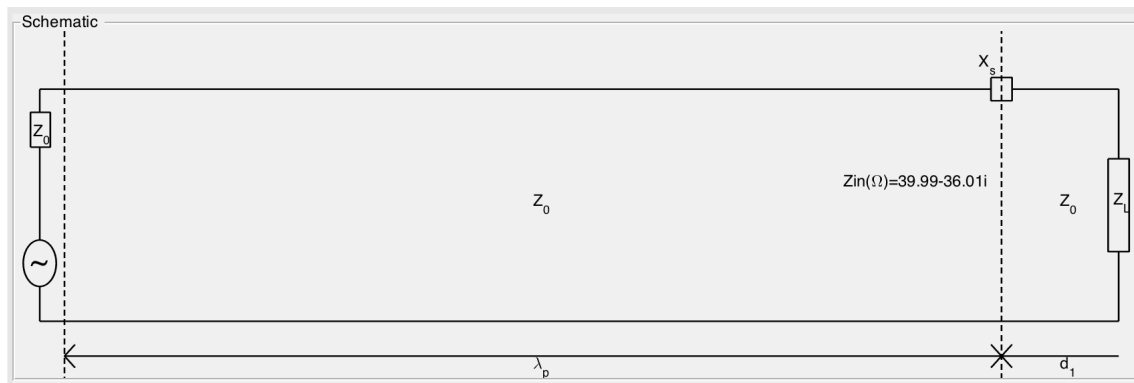


FIGURA 4.4 ÁREA DO ESQUEMÁTICO

#### 4.2.4 ZONA DE VISUALIZAÇÃO DA TENSÃO E CORRENTE NUM GRÁFICO ESPAÇO TEMPO

Nesta área é apresentada uma animação temporal de todas as ondas na linha. Com a integração de botões rádio é possível selecionar que ondas estão visíveis. Estão disponíveis as ondas incidentes, refletidas e totais da tensão e da corrente em todos os troços bem como a onda estacionária a tracejado. Para cada troço, é também apresentado o VSWR com vista a uma melhor avaliação em caso de adaptação.

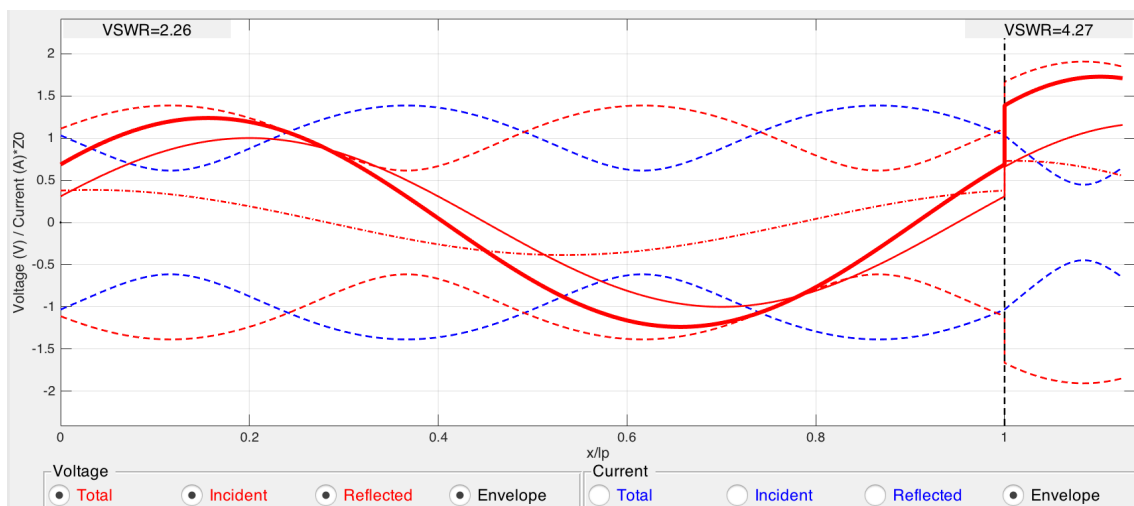


FIGURA 4.5 ÁREA DA REPRESENTAÇÃO DAS ONDAS

#### 4.2.5 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA E PARÂMETROS DE ADAPTAÇÃO

Aqui é possível avaliar a resposta do sistema numa gama de frequências editável. Recorrendo a um deslizador, varia-se a frequência do gerador alterando a resposta do sistema e consequentemente o desenho das ondas na linha. Com este procedimento é possível avaliar a largura de banda do circuito procurando, por exemplo, qual é gama de frequências em que o RL é maior que um certo valor de referência. Ainda, no menu de pop-up, é possível escolher o gráfico de vários parâmetros como: Perdas por Retorno, coeficiente de transmissão de potência, coeficiente de reflexão e impedância de entrada da linha.



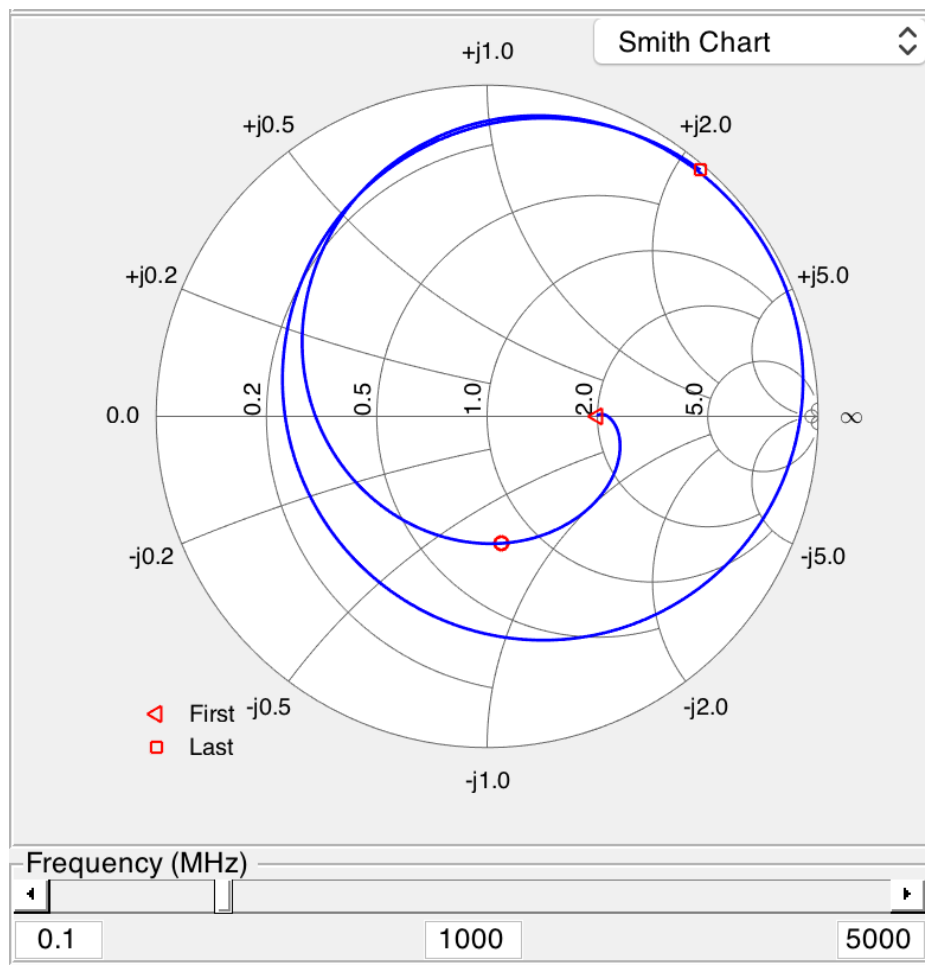


FIGURA 4.6 ÁREA DE PARÂMETROS EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA

#### 4.2.6 ZONA DE MENSAGENS

Essencialmente apresenta mensagens ao utilizador quando o sistema se encontra adaptado ou não, apresenta o estado da simulação e mensagens de erro quando os dados de entrada não são consistentes.

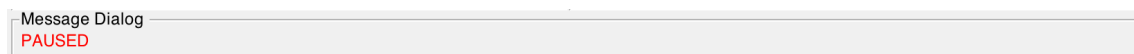


FIGURA 4.7 ÁREA DE MENSAGENS

#### 4.3 ADAPTAÇÃO COM UMA REATÂNCIA EM SÉRIE

Esta subsecção é dedicada a uma análise detalhada do sistema adaptado usando uma reatância em série com a linha, como podemos ver na Figura 4.8.

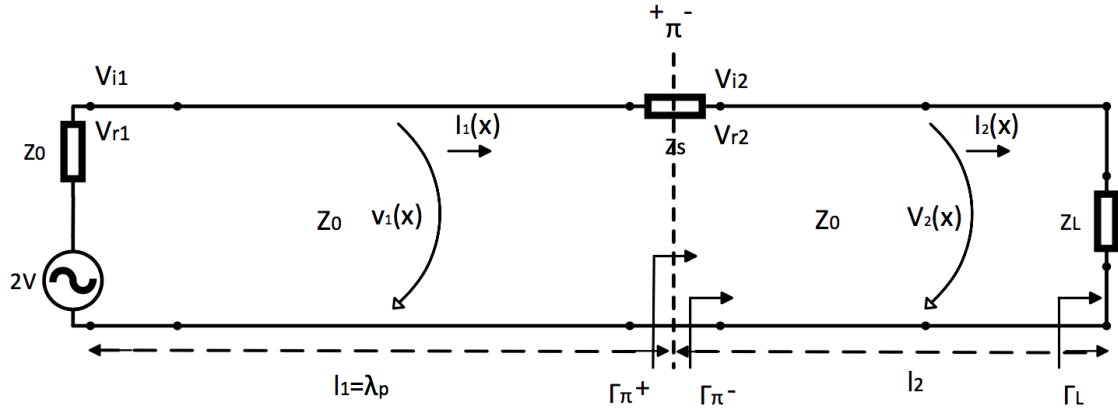


FIGURA 4.8 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO SÉRIE

#### 4.3.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta secção vamos utilizar os fundamentos básicos de linhas de transmissão já analisados no Capítulo 2 a fim de calcular todos as variáveis do sistema.

##### 4.3.1.1 Método de Adaptação

Como já vimos no Capítulo 2, a cada  $\lambda/2$  de uma linha, existem duas distâncias à carga em que a impedância de entrada da linha é, genericamente, da forma  $Z_{in}(d_1, d_2) = Z_0 \pm jX_{in}$ , em que  $Z_0$  representa a impedância característica da linha. Nestes dois pontos da linha é possível colocar em série uma reatância que, somada com a impedância da linha resulte apenas a parte real  $Z_0$ .

##### 4.3.1.2 Solução de Analítica

A distância e os valores das reatâncias correspondentes são determinados igualando a condição de adaptação à equação da impedância de entrada de uma linha analisada em capítulos anteriores.

$$Z_0 + jX_s = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \operatorname{tg}(\beta d_s)}{Z_0 + jZ_L \operatorname{tg}(\beta d_s)} \quad (4-1)$$

Simplificando a equação anterior dividindo numerador e denominador por  $Z_0$  e fazendo  $\frac{Z_L}{Z_0} = r + jx$ ;  $\operatorname{tg}(\beta d_s) = y$ ;  $\frac{X_s}{Z_0} = x_s$  e separando a parte real e imaginária ficamos com ( 4-2 ). Igualando as partes reais e imaginárias obtemos as equações ( 4-4 ) e ( 4-5 )

$$1 + jx_s = \frac{r(1 + y^2)}{(1 - xy)^2 + r^2y^2} + j \frac{(x + y)(1 - xy) - r^2y}{(1 - xy)^2 + r^2y^2} \quad (4-2)$$

$$y_{1,2} = 2x \pm \frac{\sqrt{4x^2 - 4(1 - r)(x^2 + r^2 - r)}}{2(x^2 + r^2 - r)} \quad (4-3)$$

$$d_{1,2} = \frac{tg^{-1}(y_{1,2})}{\beta} \quad (4-4)$$

$$x_s = \frac{(x+y)(1-xy) - r^2y}{(1-xy)^2 + r^2y^2} \quad (4-5)$$

A partir da equação ( 4-4 ) é possível retirar os dois valores de  $d$ , que representam as distâncias à carga em que a parte real da impedância de entrada da linha é igual à sua impedância característica. Caso alguma das distâncias dê menor que zero, deve-se somar  $\lambda/2$ .

Obtendo os valores de  $y$ , tiram-se os valores das reatâncias de entrada normalizadas (que deverão ser simétricas). Para cada distância encontrada é possível a adaptação utilizando um condensador ou bobina em série. O valor nominal do componente a usar depende do sinal da reatância de entrada. O valor nominal do componente retira-se usando as equações seguintes.

- Se  $X_{in}$  for maior que zero:

$$C_s = -\frac{1}{X_s \omega_p} \quad (4-6)$$

- Se  $X_{in}$  for menor que zero:

$$L_s = \frac{X_s}{\omega_p} \quad (4-7)$$

com  $X_s = -X_{in}$

Usando a ferramenta desenvolvida, é possível também a adaptar o sistema sem recorrer ao cálculo da solução exata.

Depois de se inserir a frequência de projeto e a impedância de carga, impõe-se um curto circuito na impedância de adaptação e uma distância  $l_2$  igual a zero.

Sempre com a atenção ao coeficiente de reflexão na linha, aumenta-se a distância à carga ( $l_2$ ) até que a impedância correspondente intersete a linha de  $R_{in} = Z_0$ . Observando a

parte imaginária da impedância, impõe-se uma ressonância com a reatância contrária à observada e posteriormente calcula-se o valor nominal do componente.

#### 4.3.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA

A fim de efetuar a análise temporal das ondas na linha do sistema, é preciso calcular todas as tensões e correntes (incidentes e refletidas). Como a tensão do gerador é 2V e a impedância interna  $Z_g = Z_0$ , temos um divisor resistivo no início da linha.

$$V_{i1} = V_g \frac{Z_g}{Z_g + Z_0} \quad (4-8)$$

Logo a tensão incidente na linha 1 é da forma:

$$v_{1inc}(x_1) = \frac{V_g}{2} e^{-j\beta x_1} \quad (4-9)$$

em que  $\frac{V_g}{2}$  representa a tensão inicial à entrada da linha e  $x_1$  representa a distância, em relação ao gerador, discretizada num número de pontos suficiente.

A forma mais intuitiva de obter as restantes tensões da linha (e que foi implementada no programa) seria partir do coeficiente de reflexão na carga através das equações ( 2-17 ) e rodar na linha o comprimento  $l_2$ :

$$\Gamma_{\pi^-} = \Gamma_L \cdot e^{-2j\beta l_2} \quad (4-10)$$

A partir da equação anterior e sabendo a impedância característica da linha,  $Z_0$ , calcula-se a impedância de entrada no ponto  $\pi^-$ .

$$Z_{\pi^-} = Z_0 \cdot \frac{1 + \Gamma_{\pi^-}}{1 - \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-11)$$

A partir da equação que define a reatância do elemento -condensador ( 3-1 ) ou bobine ( 3-3 )- obtém-se a impedância do elemento concentrado ( $Z_s$ ) e, como a impedância está em série, somam-se:

$$Z_{\pi^+} = Z_{\pi^-} + Z_s \quad (4-12)$$

Conhecida a impedância a obtenção do coeficiente de reflexão é trivial:

$$\Gamma_{\pi^+} = \frac{Z_{\pi^+} - Z_0}{Z_{\pi^+} + Z_0} \quad (4-13)$$

Sabendo o coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$  e a tensão incidente ( 4-9 ) a tensão refletida no plano do gerador é dada por:

$$V_{r1} = \frac{V_g}{2} \Gamma_{\pi^+} e^{-j2\beta l_1} \quad (4-14)$$

$$v_{1ref}(x_1) = V_{r1} e^{j\beta x_1} \quad (4-15)$$

em que a equação ( 4-14 ) representa o fasor tensão refletida inicial ( $x_1 = 0$ ) e a equação ( 4-15 ) refere-se à onda refletida ao longo da linha 1.

A tensão total no 1º troço calcula-se somando as duas tensões (incidente e refletida).

$$v_{1total}(x_1) = v_{1inc}(x_1) + v_{1ref}(x_1) \quad (4-16)$$

Sabendo a tensão e a corrente total em  $\pi^+$ , substituindo em ( 4-16 )  $x_1$  por  $l_1$ , obtém-se a tensão total em  $\pi^-$  recorrendo à queda de tensão na impedância  $Z_s$  ( 4-17 )

$$V_{\pi^-} = V_{\pi^+} - Z_s I_{\pi^+} \quad (4-17)$$

A tensão incidente à entrada da linha 2 é calculada como:

$$V_{i2} = \frac{V_{\pi^-}}{1 + \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-18)$$

Sabendo a tensão incidente inicial do troço 2, a tensão incidente em função da posição na segunda linha fica:

$$v_{2inc}(x_2) = V_{i2} e^{-j\beta x_2} \quad (4-19)$$

A última tensão do sistema é, agora, fácil de obter:

$$V_{r2} = V_{i2} \Gamma_L e^{-j2\beta l_2} \quad (4-20)$$

$$v_{2ref}(x) = V_{r2} e^{j\beta x_2} \quad (4-21)$$

A tensão total no 2º troço obtém-se somando a tensão incidente e a tensão refletida.

$$v_{2total}(x_2) = v_{2inc}(x_2) + v_{2ref}(x_2) \quad (4-22)$$

Para calcular as correntes neste sistema (e nos seguintes) basta dividir as tensões incidentes e refletidas pela impedância característica da linha tendo o cuidado de mudar a polaridade na tensão refletida.

$$i_{inc}(x) = \frac{v_{inc}}{Z_0} \quad (4-23)$$

$$i_{ref}(x) = -\frac{v_{ref}}{Z_0} \quad (4-24)$$

#### 4.3.3 EXEMPLOS

Nesta secção é apresentado um exemplo deste circuito de adaptação e os resultados da ferramenta são comparados com os de uma implementação prática, medidos num VNA (Vector Network Analyser). A figura seguinte ilustra o circuito numa placa de PCB. A frequência de trabalho é de 700MHz e  $Z_L = 12\Omega$ .

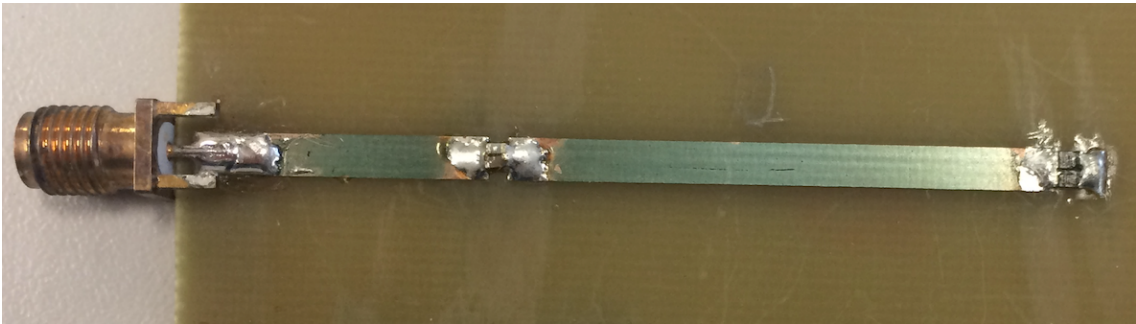


FIGURA 4.9 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM IMPEDÂNCIA SÉRIE

A Figura 4.10 e a Figura 4.11 mostram o coeficiente de reflexão e o RL em função da frequência até 2GHz.

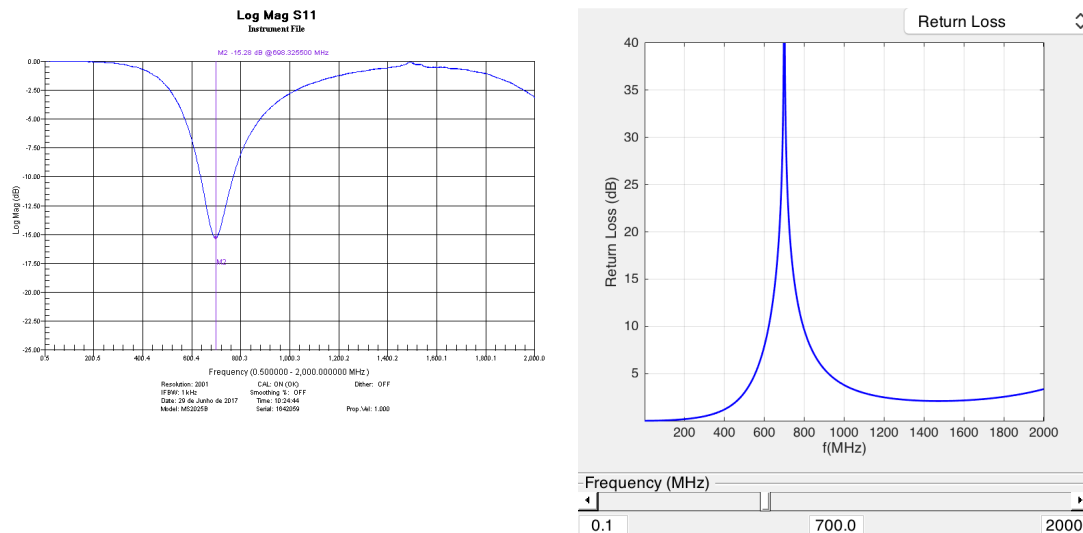


FIGURA 4.10 RETURN LOSS SIMULADO VS MEDIDO

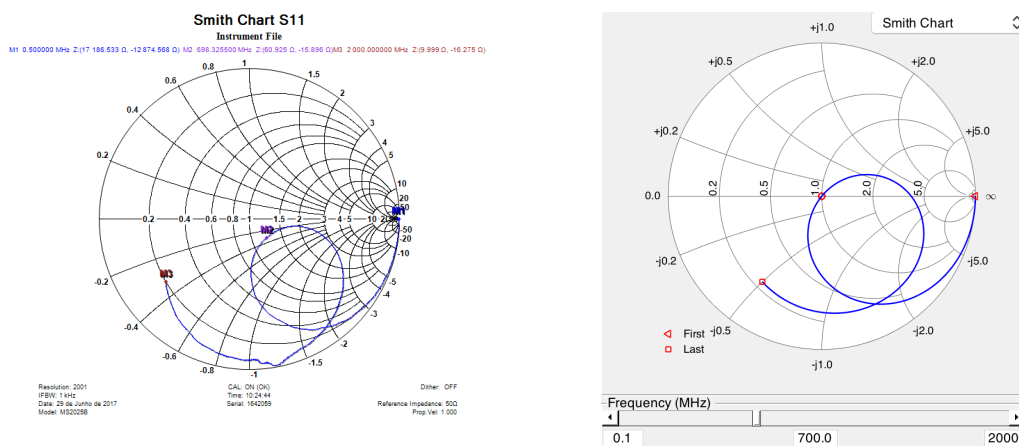


FIGURA 4.11 COEFICIENTE DE REFLEXÃO SIMULADO VS MEDIDO

Como vemos as simulações e o circuito são muito similares e, através da ferramenta sabemos que o elemento a colocar em série seria um condensador com cerca de 2.9 pF a uma distância de aproximadamente  $0.18\lambda$  da carga.

Observando a Figura 4.11 conseguimos fazer uma análise em frequência do comportamento do circuito. Como apresenta um condensador em série, a sua impedância em DC começa com um circuito aberto e, sendo a carga puramente real, a sua natureza é, na maior parte da banda simulada, capacitiva. Podemos concluir que, se a frequência tendesse para infinito o coeficiente de reflexão tenderia a comportar-se como o de uma linha de transmissão, ou seja, um círculo de VSWR constante.

#### 4.4 ADAPTAÇÃO COM UMA REATÂNCIA EM PARALELO

A Figura 4.12 representa o sistema de adaptação com uma susceptância em paralelo. Nesta secção iremos analisar com mais detalhe este sistema.

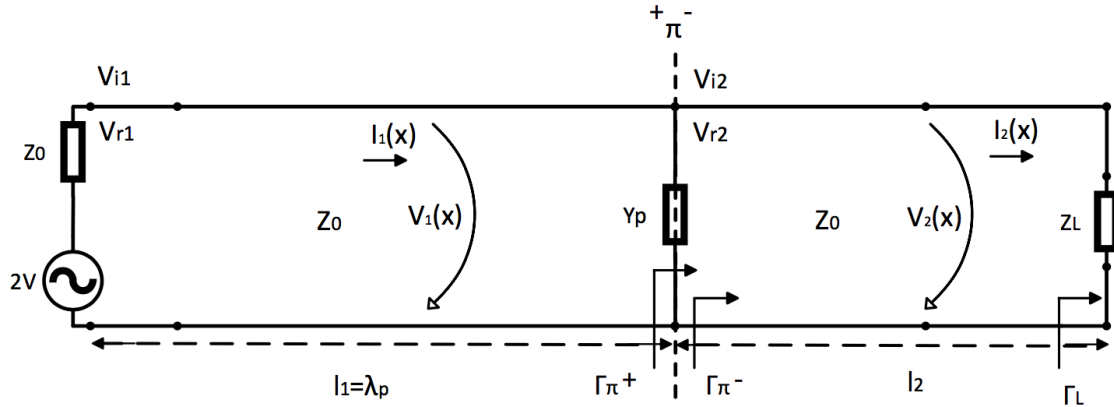


FIGURA 4.12 ESQUEMÁTICO DO SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM SUSCEPTÂNCIA PARALELA

#### 4.4.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta secção vamos utilizar os fundamentos básicos de linhas de transmissão já analisados no Capítulo 2 a fim de calcular todas as variáveis do sistema.

##### 4.4.1.1 Método de Adaptação

Como já vimos anteriormente a cada  $\frac{\lambda}{2}$  de uma linha, obtemos dois pontos em que a admitância de entrada da linha assume o valor  $Y_{in}(d_1, d_2) = Y_0 \pm jB_p$ , com  $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$ . Colocando em paralelo nestes pontos uma susceptância de natureza contrária de forma a provocar uma ressonância paralelo, promove-se a adaptação.

##### 4.4.1.2 Solução de Analítica

Este sistema de adaptação é considerado mais fácil de implementar na prática em relação ao anterior. Como o elemento está em paralelo não é necessário interromper a linha (como no caso do elemento em série) sendo apenas necessário, em placas de PCB, furar a placa para soldar o elemento à massa.

A solução deste sistema obtém-se resolvendo a equação ( 4-25 ).

$$Y_0 + jB_p = \frac{1}{Z_0} \frac{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d_p)}{Z_0 Z_L + jZ_0 \tan(\beta d_p)} \quad (4-25)$$

Simplificando a equação anterior, dividindo ambos os membros, numerador e denominador por  $Z_0$ , fazendo  $\frac{Z_L}{Z_0} = r + jx$ ;  $\tan(\beta d_p) = y$ ;  $\frac{x_s}{Z_0} = x_s$  e separando a parte real e imaginária ficamos com uma equação similar à anterior da reactância em série. Igualando as partes reais e imaginárias obtemos a equação abaixo.

$$y_{1,2} = 2x \pm \frac{\sqrt{4x^2 - 4(1-r)(-x^2 - r^2 + r)}}{2(r-1)} \quad (4-26)$$



$$d_{1,2} = \frac{tg^{-1}(y_{1,2})}{\beta} \quad (4-27)$$

$$b_p = \frac{y(r^2 - 1 + x^2 + yx) - x}{r^2 + (y + x)^2} \quad (4-28)$$

A partir da equação ( 4-27 ) é possível retirar os dois valores de  $d$ , que representam a distância à carga em que a parte real é igual à admitância característica da linha.

Obtendo os valores de  $y$  recorrendo a ( 4-26 ) tiram-se os valores das susceptâncias normalizadas ( 4-28 ). Para cada distância é possível a adaptação utilizando um condensador ou bobine. O valor nominal do componente obtém-se usando as equações( 4-29 ) ou ( 4-30 ).

- Se  $B_p$  for maior que zero:

$$L_p = \frac{1}{B_p \omega_p} \quad (4-29)$$

- Se  $B_p$  for menor que zero:

$$C_p = -\frac{B_p}{\omega_p} \quad (4-30)$$

Usando a ferramenta desenvolvida, é possível também a adaptar o sistema sem recorrer ao cálculo da solução exata.

Depois de se inserir a frequência de projeto e a impedância de carga, impõe-se um circuito aberto na impedância de adaptação e uma distância  $l_2$  igual a zero.

Sempre com a atenção ao coeficiente de reflexão na linha, aumenta-se a distância à carga ( $l_2$ ) até que a admitância correspondente ao coeficiente de reflexão observado interseje a linha de  $G = Y_0$ . Observando a parte imaginária da admitância, impõe-se ressonância com a susceptância contrária à observada e posteriormente calcula-se o valor nominal.

#### 4.4.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA

A obtenção das expressões matemáticas das ondas neste sistema é bastante similar às expressões já analisadas.

Como em todos os casos o comprimento elétrico da linha 1 é  $\lambda_p$ , todas as tensões e correntes no troço 1 são iguais. Logo as tensões no troço 1 são dadas pelas equações ( 4-8 ) e ( 4-9 ).

O coeficiente de reflexão, bem como a impedância da linha no plano  $\pi^-$ , neste sistema são dados pelas equações ( 4-10 ) e ( 4-11 ), respetivamente. Como o elemento está em paralelo com a linha calcula-se a admitância da linha.

$$Y_{\pi^-} = \frac{1}{Z_{\pi^-}} \quad (4-31)$$

A partir da equação ( 3-2 ) ou ( 3-4 ) obtém-se a admitância do elemento concentrado e, somando as duas admitâncias, obtemos a admitância de entrada em  $\pi^+$ :

$$Y_{\pi^+} = Y_{\pi^-} + Y_p \quad (4-32)$$

Tendo a admitância e calculando a impedância em  $\pi^+$ , passar para coeficiente de reflexão é trivial:

$$\Gamma_{\pi^+} = \frac{Z_{\pi^+} - Z_0}{Z_{\pi^+} + Z_0} \quad (4-33)$$

Sabendo o coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$  e sabendo a tensão incidente, dada pela equação ( 4-9 ), a tensão refletida ao longo da linha 1 fica:

$$V_{r1} = \frac{V_g}{2} \Gamma_{\pi^+} e^{-j2\beta l_1} \quad (4-34)$$

$$V_{1ref}(x_1) = V_{r1} e^{j\beta x_1} \quad (4-35)$$

No 2º troço as expressões são análogas ao caso anterior, mas como o elemento se encontra em paralelo, torna-se mais fácil calcular as ondas de corrente.

No plano  $\pi$  a corrente divide-se para o elemento em paralelo e a segunda linha do sistema. Logo sabendo a corrente total em  $\pi^+$  e calculando a corrente que atravessa o componente em paralelo, obtém-se a corrente total em  $\pi^-$  através da lei de Kirchhoff das correntes.

$$I_{\pi^-} = I_{\pi^+} - V_{\pi} Y_p \quad (4-36)$$

A corrente incidente no troço 2 pode ser calculada através do coeficiente de transmissão no plano  $\pi^-$ .

$$I_{i2} = \frac{I_{\pi^-}}{1 - \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-37)$$

Sabendo o fasor corrente inicial do troço 2 calcula-se a onda incidente de corrente como já foi feito no ponto anterior para a tensão

$$i_{2inc}(x_2) = I_{i2} e^{-j\beta x_2} \quad (4-38)$$

A corrente refletida no 2.º troço do sistema é agora fácil de obter

$$I_{r2} = -I_{i2} \Gamma_L e^{-j2\beta l_2} \quad (4-39)$$

$$i_{2ref}(x_2) = I_{r2} e^{j\beta x_2} \quad (4-40)$$

As tensões ou correntes restantes, como nos restantes casos, obtêm-se usando a impedância característica da linha.

$$v_{inc} = i_{inc} Z_0 \quad (4-41)$$

$$v_{ref} = -i_{ref} Z_0 \quad (4-42)$$

Como já vimos no Capítulo 2, a onda refletida de tensão está sempre em oposição de fase com a onda refletida de corrente.

Um exemplo de simulação com uma carga  $Z_L$  constituída por uma resistência de  $200\Omega$  em paralelo com uma bobina de  $31,83\text{nH}$  oferece o resultada da figura abaixo usando para a solução um condensador em paralelo.

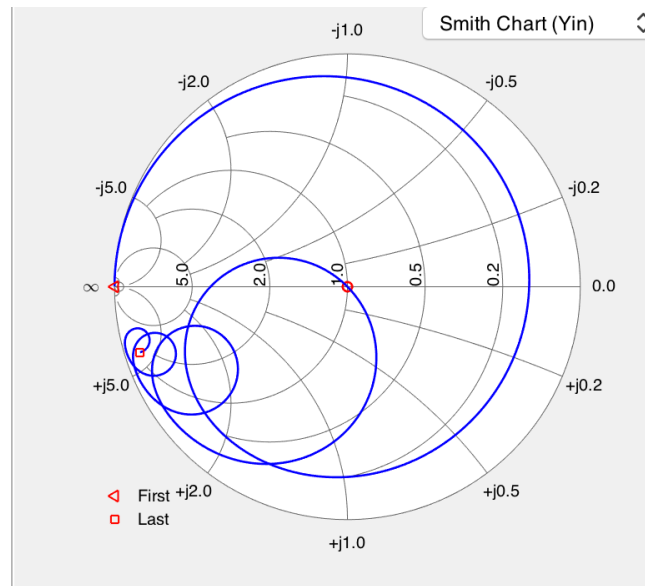


FIGURA 4.13 EXEMPLO DE SIMULAÇÃO EM FREQUÊNCIA

Como poderíamos confirmar a impedância a frequências muito baixas parte de um curto circuito devido à indutância da carga, evolui como indutiva durante parte do varrimento em frequência e tende também a um curto circuito devido ao condensador de adaptação em paralelo. Neste trajeto a impedância exhibe alguns “laços” num dos quais se consegue a adaptação: a susceptância de entrada da linha e a susceptância do condensador cancelam-se a esta frequência para a qual a condutância de entrada da linha será 20mS. Os outros laços mostram frequências às quais a susceptância de entrada da linha será igualmente indutiva, contudo a susceptância do condensador é já demasiado elevada para a anular.

**4.5 ADAPTAÇÃO COM UMA LINHA DE COMPRIMENTO  $L$  E IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA  $Z_1$**   
Esta subsecção é dedicada a uma análise detalhada do sistema adaptador usando um troço de linha de transmissão com comprimento e impedância característica dimensionados adequadamente, como podemos ver na Figura 4.14

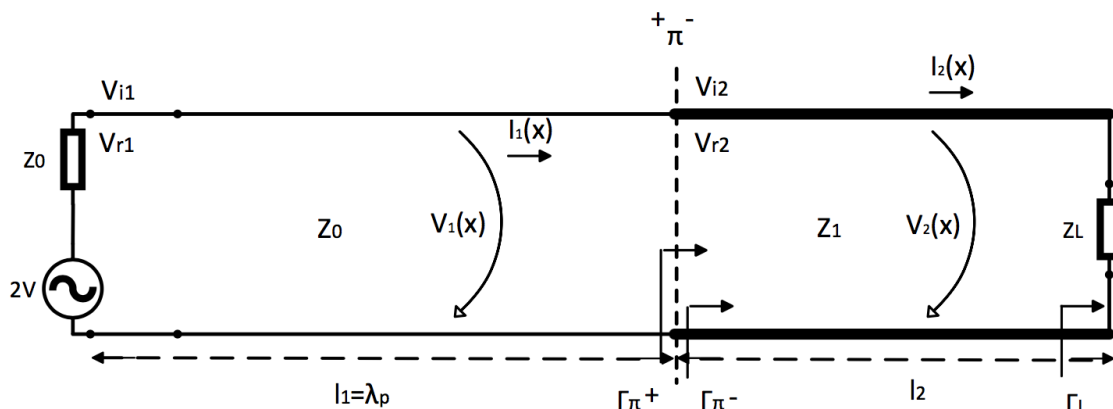


FIGURA 4.14 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM LINHA DE COMPRIMENTO  $L$  E IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA  $Z_1$

#### 4.5.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO SISTEMA DE ADAPTAÇÃO

Nesta secção vamos utilizar os fundamentos básicos de linhas de transmissão já analisados no Capítulo 2 a fim de calcular todas as variáveis do sistema.

##### 4.5.1.1 Método de Adaptação

Um troço de linha de comprimento  $L$  e impedância característica  $Z_1$  pode ser aplicada na carga para promover adaptação: a demonstração faz-se usando a definição de impedância de entrada de uma linha de transmissão já apresentada no Capítulo 2. Não é fácil obter uma descrição física tão clara deste método como é possível noutros.

##### 4.5.1.2 Solução Analítica

Como se pretende promover a adaptação podemos igualar a impedância de entrada de uma linha de transmissão ( 2-45 ) com impedância característica  $Z_1$  à impedância pretendida, neste caso  $Z_0$ .

$$Z_{in}(l) = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 \tan(\beta l)}{Z_1 + jZ_L \tan(\beta l)} = Z_0 \quad (4-43)$$

Normalizando  $Z_L$  em relação a  $Z_0$ ,  $\frac{Z_L}{Z_0} = r + jx$  e anulando a reatância obtemos a seguinte solução para  $Z_1$ :

$$Z_1 = Z_0 \left[ \frac{r^2 + x^2 - r}{r - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-44)$$

O comprimento  $l$  do troço de linha é calculado como:

$$l = \frac{\lambda}{2\pi} \arctg \left( \frac{Z_1(1 - r)}{Z_0 x} \right) \quad (4-45)$$

Note-se que, devido à equação ( 4-45 ), nem todas as cargas podem ser adaptadas usando este método: a condição seguinte terá de ser verificada.

$$\left[ \frac{r^2 + x^2 - r}{r - 1} \right] > 0 \quad (4-46)$$

#### 4.5.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA

A fim de efetuar a simulação temporal das ondas na linha do sistema é preciso calcular todas as tensões e correntes (incidentes e refletidas).

Como foi implementado na ferramenta, a partir da definição de impedância de entrada de uma linha através da equação ( 2-45 ) calcula-se a impedância em  $\pi$ .

$$Z_{\pi} = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 \tan(\beta l_2)}{Z_1 + jZ_L \tan(\beta l_2)} \quad (4-47)$$

A partir da equação anterior e sabendo que impedância característica da linha 1 é  $Z_0$  tira-se a coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$ .

$$\Gamma_{\pi^+} = \frac{Z_{\pi} - Z_0}{Z_{\pi} + Z_0} \quad (4-48)$$

Usando o mesmo raciocínio obtém-se o valor do coeficiente de reflexão no plano  $\pi^-$

$$\Gamma_{\pi^-} = \frac{Z_{\pi} - Z_1}{Z_{\pi} + Z_1} \quad (4-49)$$

A partir do coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$  e sabendo a tensão incidente, a tensão refletida ao longo da linha vem:

$$V_{r1} = \frac{V_g}{2} \Gamma_{\pi^+} e^{-j2\beta l_1} \quad (4-50)$$

$$v_{1ref}(x_1) = V_{r1} e^{j\beta x_1} \quad (4-51)$$

em que o primeiro termo representa a tensão incidente que foi refletida no plano  $\pi$  e o segundo termo a viajante no troço 1 mas com sentido contrário à da onda incidente.

A tensão total no 1º troço calcula-se somando as duas tensões (incidente e refletida).

A tensão incidente no 2º troço pode ser calculada através do coeficiente de transmissão no plano  $\pi^-$ :

$$V_{i2} = \frac{V_{\pi}}{1 + \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-52)$$

em que  $V_{\pi}$  corresponde à tensão no plano  $\pi$ .

Sabendo o fasor tensão incidente inicial do 2º troço ( $V_{i2}$ ), calcula-se a onda incidente como já foi feito anteriormente

$$v_{2inc}(x_2) = V_{i2} e^{-j\beta x_2} \quad (4-53)$$

a última tensão do sistema é, agora fácil de obter

$$V_{r2} = V_{i2} \Gamma_L e^{-j2\beta l_2} \quad (4-54)$$

$$v_{2ref}(x) = V_{r2} e^{j\beta x_2} \quad (4-55)$$

### 4.5.3 EXEMPLOS

Nesta secção é apresentado um exemplo de funcionamento deste circuito de adaptação e os resultados da ferramenta são comparados com os de uma implementação prática numa placa PCB, medidos num VNA. A figura seguinte representa o circuito analisado. A frequência de trabalho é de 690MHz e  $Z_L = 33\Omega // 3.9pF$ .

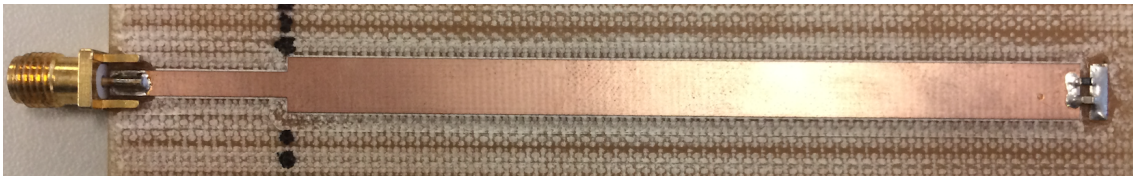


FIGURA 4.15 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM LINHA DE IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA  $Z_1$  E COMPRIMENTO  $L$

A Figura 4.16 e a Figura 4.17 mostram o coeficiente de reflexão e o RL em função da frequência até 2GHz.

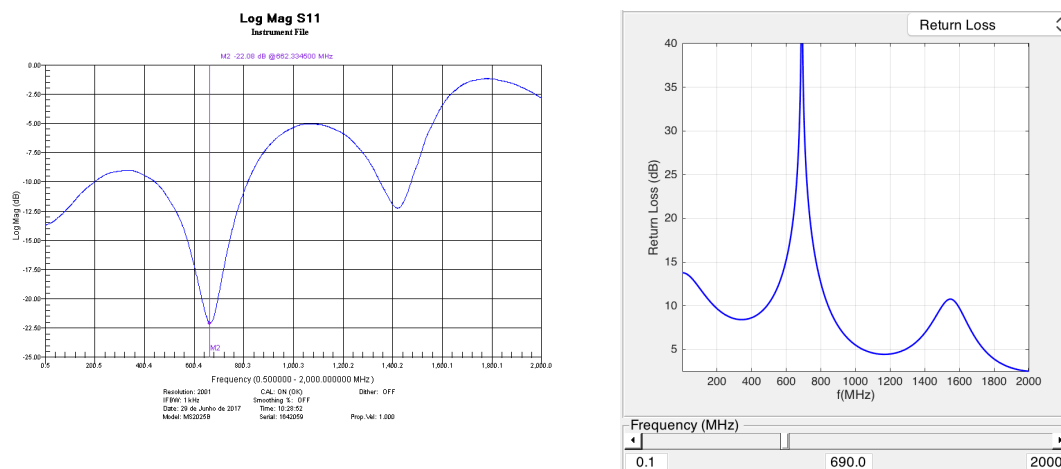


FIGURA 4.16 RETURN LOSS SIMULADO VS MEDIDO

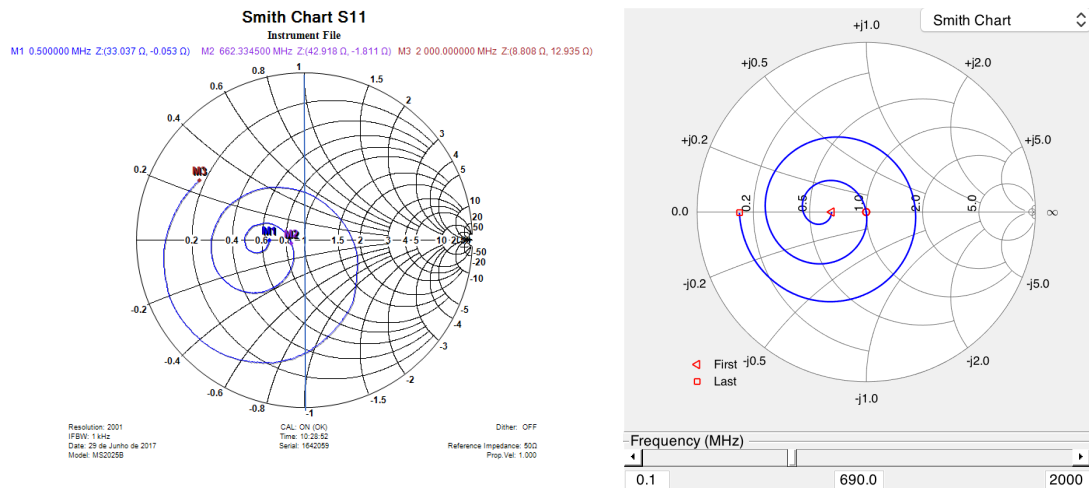


FIGURA 4.17 COEFICIENTE DE REFLEXÃO SIMULADO VS MEDIDO

Através da ferramenta sabemos que uma linha com impedância característica de aproximadamente  $30\Omega$  e um comprimento elétrico de  $0.37\lambda$  adaptam a carga referida acima.

#### 4.6 ADAPTAÇÃO COM TRANSFORMADOR DE $\lambda/4$

Nesta secção iremos estudar um sistema de adaptação mais complexo o qual envolve dois troços de linha de transmissão e nenhum elemento concentrado.

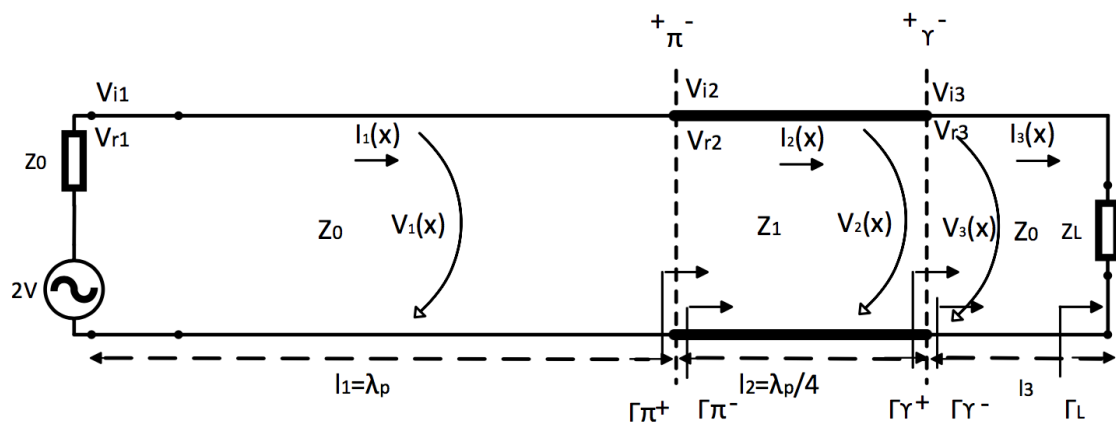


FIGURA 4.18 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM TRANSFORMADOR  $\lambda/4$

##### 4.6.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta secção vamos utilizar os fundamentos básicos de linhas de transmissão já analisados no Capítulo 2 a fim de calcular todos as variáveis do sistema.

##### 4.6.1.1 Método de Adaptação

Como já estudamos no Capítulo 2, em pontos de máximo e mínimo de tensão os fasores de tensão e corrente encontram-se em fase o que faz com que a impedância nesse ponto seja puramente real. Nesses pontos são normalmente utilizados transformadores de impedância, que transformam impedâncias menores que  $Z_0$  (transformadores elevadores) ou maiores que  $Z_0$  (transformadores abaixadores).



#### 4.6.1.2 Solução Analítica

A impedância de entrada de uma linha com comprimento elétrico de  $\lambda/4$  é muito particular. Substituindo este comprimento na equação da impedância de uma linha ficamos:

$$Z_{in}\left(\frac{\lambda}{4}\right) = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4}\right)}{Z_1 + jZ_L \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4}\right)} \quad (4-56)$$

Como  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \infty$ , ficamos com:

$$Z_{in} = \frac{Z_1^2}{Z_L} \quad (4-57)$$

Dividindo ambos os membros por  $Z_1$  ficamos com a impedância normalizada:

$$\frac{Z_{in}}{Z_1} = \frac{1}{\frac{Z_L}{Z_1}} \quad (4-58)$$

então podemos concluir que a impedância normalizada da linha é igual ao inverso da impedância de carga normalizada, o que justifica que também seja conhecido como transformador inversor. Podemos ainda ver que se  $Z_L$  for  $n$  vezes superior a  $Z_1$ ,  $Z_{in}$  vai ser  $n$  vezes inferior a  $Z_1$ , logo estes são elementos de uma série geométrica.

Assim uma carga real pode ser transformada noutra carga real aplicando este transformador com uma impedância característica diferente de  $Z_0$ . A impedância característica  $Z_1$  pode ser calculada a partir da equação seguinte.

$$Z_1 = \sqrt{Z_{in} Z_L} \quad (4-59)$$

em que  $Z_L$  e  $Z_{in}$  devem ser puramente reais.

A impedância do transformador é a média geométrica da impedância de carga  $Z_L$  (real) com a impedância pretendida  $Z_{in}$  (habitualmente  $Z_{in}$  será  $Z_0$ ).

Como já vimos anteriormente, temos de encontrar os pontos da linha em que a parte imaginária da impedância de entrada da linha é zero.

Os valores desses comprimentos são determinados no Capítulo 2. Nos pontos de máximo e mínimo de tensão, o fasor de tensão e corrente estão em fase, logo a impedância é obrigatoriamente real.

$$d_{max} = \frac{\phi_L}{2\beta} + n \frac{\lambda}{2} \quad (4-60)$$

$$d_{min} = \frac{\phi_L}{2\beta} + (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad (4-61)$$

onde  $\phi_L$  representa a fase do coeficiente de reflexão na carga.

#### 4.6.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA

Nesta secção iremos calcular todas as ondas nos diferentes três troços de linha.

A onda incidente de tensão na linha 1 é calculada da mesma forma que nos outros sistemas. Esta está calculada nas equações ( 4-8 ) e ( 4-9 ) do sistema de adaptação série.

Partindo, mais uma vez, do coeficiente de reflexão na carga é possível escrever todas as ondas do sistema, obtendo os coeficientes de reflexão e impedâncias associadas nos pontos de descontinuidade da linha.

$$\Gamma_{\gamma^-} = \Gamma_L e^{-2j\beta l_3} \quad (4-62)$$

$$Z_{\gamma} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{\gamma^-}}{1 - \Gamma_{\gamma^-}} \quad (4-63)$$

Com a impedância no plano  $\gamma^-$  obtemos o coeficiente de reflexão no plano  $\gamma^+$

$$\Gamma_{\gamma^+} = \frac{Z_{\gamma} - Z_1}{Z_{\gamma} + Z_1} \quad (4-64)$$

Partindo da impedância no plano  $\gamma$  roda-se  $\lambda_p/4$  (comprimento elétrico do transformador à frequência de projeto) na linha usando a fórmula da impedância de entrada:

$$Z_{\pi} = Z_1 \frac{Z_{\gamma^+} + jZ_1 \tan\left(\frac{\beta\lambda_p}{4}\right)}{Z_1 + jZ_{\gamma^+} \tan\left(\frac{\beta\lambda_p}{4}\right)} \quad (4-65)$$

Assim obtemos o coeficiente de reflexão no plano  $\pi^-$

$$\Gamma_{\pi^-} = \frac{Z_{\pi} - Z_1}{Z_{\pi} + Z_1} \quad (4-66)$$

Agora é fácil obter o valor do coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$ , apenas alterando a referência da impedância característica.

$$\Gamma_{\pi^+} = \frac{Z_{\pi} - Z_0}{Z_{\pi} + Z_0} \quad (4-67)$$

Sabendo os coeficientes de reflexão em todos os pontos de descontinuidade temos de escrever as ondas na linha.

- Troço 1

A tensão refletida é calculada com base na onda incidente e o coeficiente de reflexão.

$$V_{r1} = \frac{V_g}{2} \Gamma_{\pi^+} e^{-j2\beta l_1} \quad (4-68)$$

$$v_{1ref}(x_1) = V_{r1} e^{j\beta x_1} \quad (4-69)$$

- Troço 2

As ondas no transformador provêm da onda transmitida do 1º troço:

$$V_{i2} = \frac{V_{\pi}}{1 + \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-70)$$

Sabendo o fasor inicial à entrada do transformador obtemos a tensão incidente ao longo do transformador:

$$v_{2inc}(x_2) = V_{i2} e^{-j\beta x_2} \quad (4-71)$$

A tensão refletida é calculada com a tensão incidente do troço 2 que viajou  $2\lambda_p/4$  (ida e volta), à frequência de projeto, multiplicada pelo coeficiente de reflexão no extremo do transformador:

$$V_{r2} = V_{i2} e^{-j\frac{2\beta\lambda_p}{4}} \Gamma_{\gamma^+} \quad (4-72)$$

A onda refletida de tensão ao longo da linha determina-se rodando no sentido positivo o fasor inicial da onda refletida.

$$v_{2ref}(x_2) = V_{r2} e^{j\beta x_2} \quad (4-73)$$

- Troço 3

No 3º troço o processo é semelhante obtendo-se a tensão transmitida à linha 3.

$$V_{i3} = \frac{V_{\gamma^+}}{1 + \Gamma_{\gamma^-}} \quad (4-74)$$

$$v_{3inc}(x_3) = V_{i3} e^{-j\beta x_3} \quad (4-75)$$

A tensão refletida no plano e a equação da onda refletida calculam-se usando a onda incidente.

$$V_{r3} = V_{i3} e^{-j2\beta l_3} \Gamma_L \quad (4-76)$$

$$v_{3ref}(x_3) = V_{r3} e^{j\beta x_3} \quad (4-77)$$

#### 4.6.3 EXEMPLOS

Na Figura 4.19 é apresentado o circuito impresso numa placa de PCB de um transformador de  $\lambda/4$ . A frequência de projeto é de 650MHz com uma carga  $Z_L = 82\Omega/12nH$ .



FIGURA 4.19 TRANSFORMADOR DE  $\lambda/4$

A Figura 4.20 e a Figura 4.21 mostram o coeficiente de reflexão e o RL em função da frequência até 2GHz.

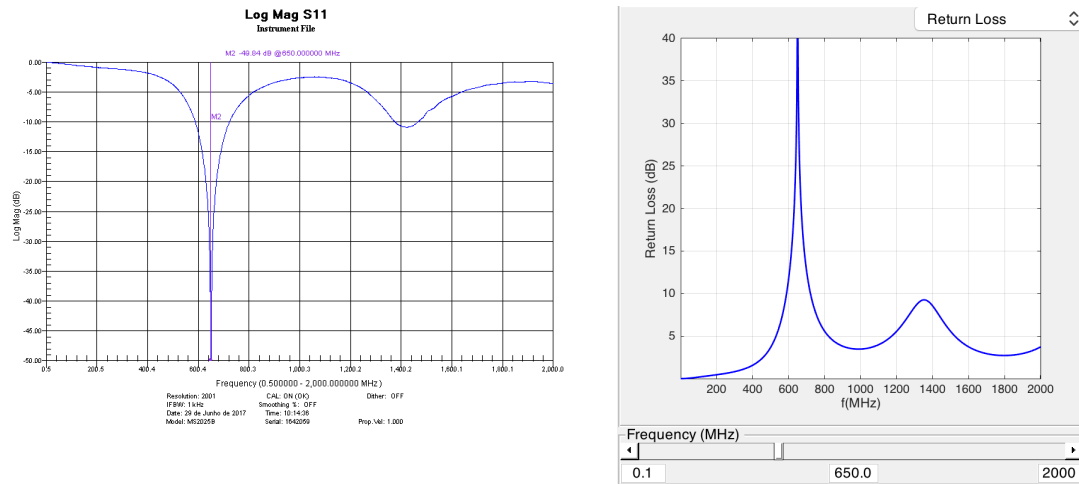


FIGURA 4.20 RETURN LOSS SIMULADO VS MEDIDO

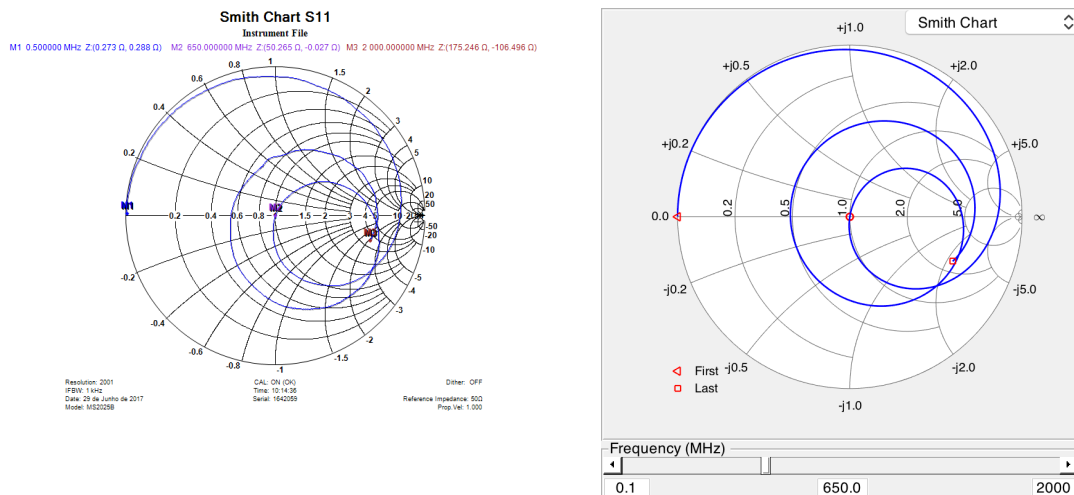


FIGURA 4.21 COEFICIENTE DE REFLEXÃO SIMULADO VS MEDIDO

Com a ajuda da ferramenta desenvolvida percebemos que um transformador com impedância característica de  $96\Omega$  colocado a  $0.14\lambda$  da carga permite obter adaptação.

#### 4.7 ADAPTAÇÃO COM STUB PARALELO

Recorrendo a reactâncias implementadas com linhas de transmissão também é possível conseguir adaptação de uma carga. Nesta secção iremos estudar o sistema de adaptação com um stub em paralelo, Figura 4.22.

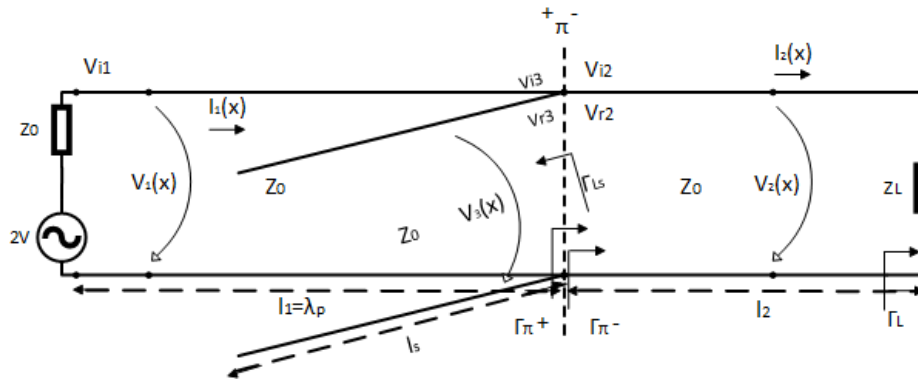


FIGURA 4.22 SISTEMA DE ADAPTAÇÃO COM STUB PARALELO

#### 4.7.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesta secção vamos utilizar os fundamentos básicos de linhas de transmissão já analisados no Capítulo 2 a fim de calcular todas as variáveis do sistema.

Este sistema é bastante similar ao estudado na secção 4.4 com a diferença que a susceptância é conseguida através de um troço de linha de transmissão.

##### 4.7.1.1 Método de Adaptação

Uma vez que é possível sintetizar impedâncias utilizando linhas de transmissão, usaremos tais linhas para adaptar usando o método descrito em 4.4

##### 4.7.1.2 Solução Analítica

Ao invés de usarmos elementos concentrados para criar impedâncias puramente reativas, é possível fazê-lo usando apenas troços de linha. Se terminarmos uma linha com um curto-circuito ou um circuito-aberto é possível obter reatâncias puras.

- Circuito-aberto ( $Z_L = \infty$ )

$$Z_{in} = \frac{-jZ_0}{tg(\beta l_s)} \quad (4-78)$$

Invertendo obtemos a admitância:

$$Y_{in} = \frac{jtg(\beta l_s)}{Z_0} \quad (4-79)$$

Como podemos ver pela equação anterior, uma linha em circuito aberto comporta-se como um condensador sendo que a parte imaginária da reatância é negativa.

- Curto-circuito ( $Z_L = 0$ )

$$Z_{in} = jZ_0 \operatorname{tg}(\beta l_s) \quad (4-80)$$

$$Y_{in} = \frac{-j}{Z_0 \operatorname{tg}(\beta l_s)} \quad (4-81)$$

Em curto-circuito a linha comporta-se como uma indutância pois a sua reatância é positiva.

Isto é válido apenas se o comprimento do stub ( $l_s$ ) for menor que  $\lambda/4$  pois entre  $\lambda/4$  e  $\lambda/2$  a natureza da impedância inverte-se.

Como conseguimos sintetizar impedâncias puramente reativas, é possível adaptar uma linha de transmissão usando stubs substituindo elementos concentrados, os quais, a frequências muito elevadas não funcionam como o esperado devido a elementos parasitas. Por outro lado, a implementação dos stubs pode ser efetuada na própria placa de circuito impresso sem grande penalização em espaço se a frequência for elevada.

Este é o sistema com mais ordens de liberdade aqui estudado, pois para cada ponto em que a adaptação é possível, temos dois comprimentos de stub possíveis para adaptação, ressaltando a hipótese do stub ter mais do que  $\lambda/4$  e a possibilidade de usar um stub em circuito aberto ou curto circuito. Geralmente temos quatro conjuntos de soluções para cada ponto de adaptação, sendo o mais habitual usar sempre o comprimento do stub mais curto a fim de minimizar as perdas na linha.

Tal como analisado no ponto 4.4, teremos de achar os pontos onde seja possível a introdução de um elemento puramente reativo. Estes pontos e suas admitâncias podem ser calculadas recorrendo às equações ( 4-25 ), ( 4-26 ), ( 4-27 ) e ( 4-28 ).

A partir da equação ( 4-27 ) é possível retirar os dois valores de  $d$ , que representam as distâncias à carga para as quais a parte real é igual à admitância característica da linha.

- Se  $B_p$  for maior que zero:

$$l_{stub} = \frac{\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{1}{B_p Z_0}\right)}{\beta_p} \quad (4-82)$$

- Se  $B_p$  for menor que zero:

$$l_{stub} = \frac{tg^{-1}(-B_p Z_0)}{\beta_p} \quad (4-83)$$

Os comprimentos do stub são calculados de forma a que este seja o mais curto possível pois, como já vimos anteriormente, existem dois comprimentos do stub que promovem a adaptação.

Note-se que se a solução algébrica der um comprimento do stub menor do que zero, é necessário incrementá-lo de  $\lambda/2$ .

#### 4.7.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA

A fim de efetuar a análise temporal das ondas na linha do sistema, é preciso calcular todas as tensões e correntes (incidentes e refletidas).

No troço 1 as tensões e correntes incidentes são similares ao caso da secção 4.3.

A forma mais intuitiva de calcular as restantes tensões seria partir do coeficiente de reflexão na carga e rodar na linha o comprimento  $l_2$ :

$$\Gamma_{\pi^-} = \Gamma_L e^{-2j\beta l_2} \quad (4-84)$$

A partir da equação anterior e sabendo a impedância característica da linha  $Z_0$  tira-se a impedância e admitância de entrada naquele ponto.

$$Z_{\pi^-} = Z_0 \cdot \frac{1 + \Gamma_{\pi^-}}{1 - \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-85)$$

$$Y_{\pi^-} = \frac{1}{Z_{\pi^-}} \quad (4-86)$$

A partir da equação ( 4-79 ) ou ( 4-81 ) obtém-se a admitância do stub (consoante a sua terminação) e, somando as duas admitâncias, obtemos a admitância de entrada em  $\pi^+$ :

$$Y_{\pi^+} = Y_{\pi^-} + Y_s \quad (4-87)$$

Invertendo a admitância acima obtém-se a impedância e passar para coeficiente de reflexão é trivial:

$$\Gamma_{\pi^+} = \frac{Z_{\pi^+} - Z_0}{Z_{\pi^+} + Z_0} \quad (4-88)$$



Sabendo o coeficiente de reflexão no plano  $\pi^+$  e a tensão incidente e a tensão refletida ao longo da linha 1:

$$V_{r1} = \frac{V_g}{2} \Gamma_{\pi^+} e^{-j2\beta l_1} \quad (4-89)$$

$$v_{1ref}(x_1) = V_{r1} e^{j\beta x_1} \quad (4-90)$$

em que a primeira equação representa a tensão refletida inicial ( $x=0$ ) e a segunda equação a onda refletida viajante no 1º troço, mas com sentido contrário à da onda incidente.

A tensão total no troço um calcula-se somando as duas tensões (incidente e refletida).

No plano  $\pi$  a corrente divide-se entre o stub e a segunda linha do sistema. Logo, sabendo a corrente total em  $\pi^+$ , substituindo na equação da corrente total no troço 1 e calculando a corrente que atravessa o stub, obtém-se a corrente total em  $\pi^-$  através da lei de Kirchhoff das correntes.

$$I_{\pi^-} = I_{\pi^+} - V_{\pi} Y_s \quad (4-91)$$

em que  $Y_s$  representa a admitância do stub.

A corrente incidente no troço 2 pode ser calculada através do coeficiente de transmissão no plano  $\pi^-$ .

$$I_{i2} = \frac{I_{\pi^-}}{1 - \Gamma_{\pi^-}} \quad (4-92)$$

Sabendo a corrente inicial do troço 2 calcula-se a onda incidente como já foi feito no ponto anterior para a tensão usando:

$$i_{2inc}(x_2) = I_{i2} e^{-j\beta x_2} \quad (4-93)$$

A corrente refletida no 2º troço do sistema é agora fácil de obter

$$I_{r2} = -I_{i2} \Gamma_L e^{-j2\beta l_2} \quad (4-94)$$

$$i_{2ref}(x_2) = I_{r2} e^{j\beta x_2} \quad (4-95)$$

As tensões ou correntes restantes obtém-se usando a impedância característica da linha como já foi referido anteriormente.

Partindo do mesmo princípio utilizado para calcular as correntes no troço 2 é necessário calcular o coeficiente de reflexão visto para dentro do stub:

$$\Gamma_{stub} = \frac{Z_{stub} - Z_0}{Z_{stub} + Z_0} \quad (4-96)$$

Recorrendo à lei de Kirchhoff das correntes e sabendo a corrente total em  $\pi^+$  retira-se a corrente total à entrada do stub.

$$I_{stub} = V_{\pi} Y_{\pi}^+ - I_{\pi^+} \quad (4-97)$$

Usando a definição de coeficiente de transmissão temos:

$$I_{i3} = \frac{I_{stub}}{1 - \Gamma_{stub}} \quad (4-98)$$

Tendo calculado a corrente à entrada do stub a onda de corrente vem:

$$i_{3inc}(x_3) = I_{i3} e^{-j\beta x_3} \quad (4-99)$$

As ondas de tensão e corrente no troço do stub dependem da terminação do mesmo logo:

- Se o stub estiver terminado em curto-circuito ( $Z=0$ )

$$I_{r3} = I_{i3} e^{-j2\beta l_3} \quad (4-100)$$

$$i_{3ref}(x_3) = I_{r3} e^{j\beta x_3} \quad (4-101)$$

- Se o stub estiver terminado em circuito aberto ( $Z=\infty$ )

$$I_{r3} = -I_{i3}e^{-j2\beta l_3} \quad (4-102)$$

$$i_{3ref}(x_3) = I_{r3} e^{j\beta x_3} \quad (4-103)$$

As tensões ou correntes restantes obtém-se usando a impedância característica da linha.

$$v_{inc} = i_{inc} Z_0 \quad (4-104)$$

$$v_{ref} = -i_{ref}Z_0 \quad (4-105)$$

#### 4.7.3 EXEMPLOS

A Figura 4.23 ilustra um exemplo de um circuito adaptador com um stub paralelo terminado em circuito aberto. Este circuito foi testado a 650MHz e com uma carga de  $12.5\Omega$ .

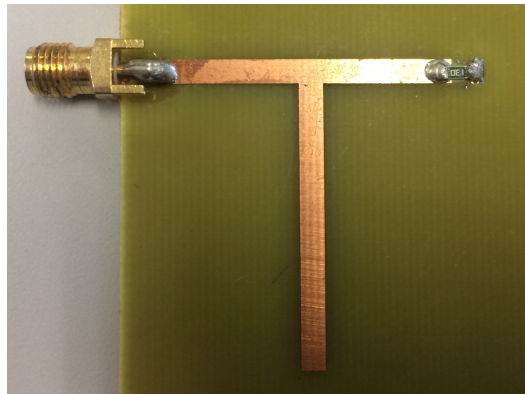


FIGURA 4.23 STUB PARALELO

A Figura 4.24 e a Figura 4.25 mostram o coeficiente de reflexão e o RL em função da frequência até 2GHz.

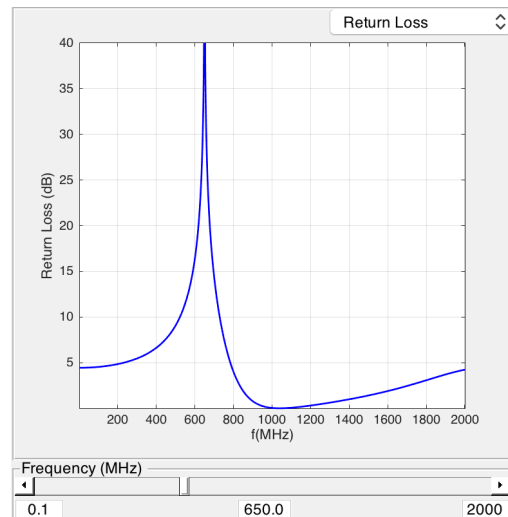
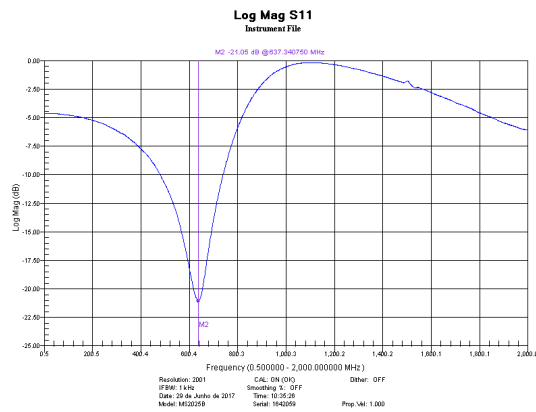


FIGURA 4.24 RETURN LOSS SIMULADO VS MEDIDO

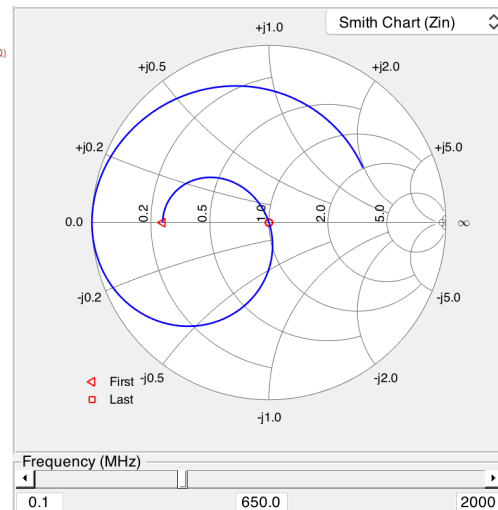
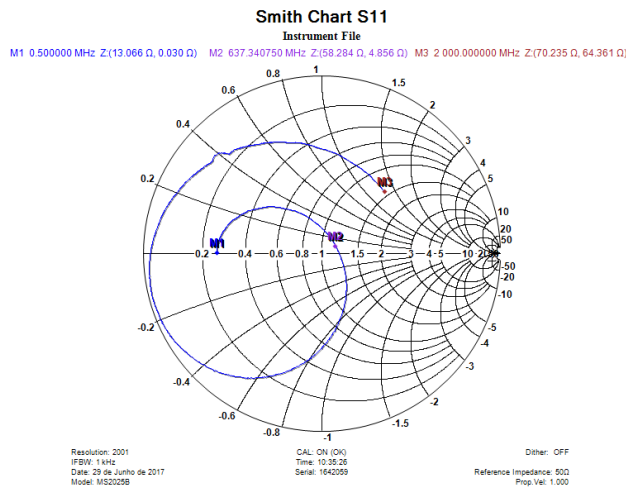


FIGURA 4.25 COEFICIENTE DE REFLEXÃO SIMULADO VS MEDIDO

Recorrendo à ferramenta para adaptar sistema carga acima verifica-se que a susceptância do stub em aberto é cerca de 30mS e deve ser colocado a uma distância da carga de  $0.07\lambda$ .

Analisando a Figura 4.25, como o stub se encontra em aberto, se houver um aumento da frequência confirma-se que o stub poderá apresentar um curto circuito. Como o coeficiente de reflexão se repete de  $\lambda/2$  em  $\lambda/2$  espera-se que, aumentando a frequência, outras situações de curto circuito sejam observáveis.

# CAPÍTULO 5

## 5 RESULTADOS, CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

Nesta secção mostram-se as reações extraídas dos alunos que estudaram estas temáticas e posteriormente tiveram contacto com a ferramenta desenvolvida seguida de algumas conclusões do trabalho.

Algumas sugestões de trabalho futuro são posteriormente discutidas.

### 5.1 RESULTADOS

Os orientadores ofereceram, cerca de três semanas antes de o semestre terminar, a ferramenta de uma forma preliminar para a disciplina de Propagação de Ondas Eletromagnéticas do Mestrado Integrado em Engenharia Eletrónica e Telecomunicações. A ferramenta parece ter sido usada essencialmente para testar exercícios de sistemas de adaptação durante o estudo. Os alunos referiram a facilidade de utilização, a versatilidade na introdução da carga a adaptar e referiram frequentemente a supressão da onda refletida como sinal de sucesso nos projetos. Uma avaliação mais concreta do impacto deverá ainda ser feita no próximo ano letivo.

### 5.2 CONCLUSÕES

Em conclusão, com ajuda de todos os programas e sub-programas desenvolvidos neste trabalho, é possível afirmar os conhecimentos na área de radio frequência. Quer para os alunos, que apresentam bastantes dificuldades no domínio de certos assuntos, quer para os professores que sentem dificuldade em transmitir alguns conhecimentos. Nomeadamente tornar-se-á mais fácil apresentar os sistemas de adaptação e também apelar a raciocínios um pouco mais elaborados que envolvem a análise da resposta em frequência: resposta a DC, evolução da impedância à entrada do sistema de adaptação com a frequência em casos peculiares (condensador/bobina em série, stub paralelo, etc.). Este exercício mental serve para amadurecer os conceitos fundamentais que envolvem a convencional análise de circuitos até circuitos envolvendo linhas de transmissão os quais podem ser relevantes para o desenho preliminar de projectos que deverão ser posteriormente otimizados em simuladores sofisticados.

A resposta no domínio do tempo é igualmente interessante: mostra a supressão da onda refletida entre o gerador e o sistema de adaptação e toda a “mecânica” no interior do sistema de adaptação. Algumas curiosidades, como o funcionamento do transformador de  $\lambda/4$ , ou situações em que o sistema de adaptação pode funcionar como amplificador de tensão ou corrente serve de pretexto a mais oportunidades pedagógicas.

Daqui em diante, a abordagem de matérias como linhas de transmissão, coeficiente de reflexão, impedância de uma linha de transmissão e adaptação de linhas de transmissão

utilizando os mais variados métodos tornar-se-á menos aborrecida e de mais fácil compreensão com a utilização da ferramenta em sala de aula sendo os objetivos principais do trabalho cumpridos.

A nível pessoal, o desenvolvimento das ferramentas, permitiu-me entender de uma melhor forma todos os fenómenos associados a linhas de transmissão que no início não pareciam tão claros.

### 5.3 TRABALHO FUTURO

No primeiro software, o mais importante a realizar seria uma ferramenta para uma utilização “on demand” da Carta de Smith. Seria uma ferramenta que permitiria a construção de simplificada de documentos pedagógicos envolvendo este auxiliar gráfico: sistema de adaptação com 1 ou 2 stubs, dimensionamento de stubs, etc devidamente ilustrada (distâncias, legendas, etc). Tanto quanto é possível averiguar tal ferramenta não existe no mercado.

No segundo software, seria interessante implementar, na zona de variação de frequência, mais parâmetros importantes em linhas de transmissão tais como: VSWR em função da frequência incluindo a largura de banda do sistema que é dada pelo conjunto de frequências em que o VSWR é inferior a 1.5, reflexão de potência e transmissão de potência. Também seria bastante interessante implementar uma barra deslizante na zona da propagação das ondas e, em função do ponto físico da linha, mostrar as ondas (tensão e corrente) em função do tempo. Para complementar melhor o trabalho seria também interessante incluir outros sistemas de adaptação mais complexos tais como duplo stub ou adaptador de banda larga realizado com múltiplos transformadores de  $\lambda/4$ . A metodologia para a realização de uma demonstração genérica envolvendo o domínio do tempo ao longo deste sistema está no entanto contida nesta tese.

# CAPÍTULO 6

## 6 BIBLIOGRAFIA

- [1] A. J. Cann and A. J. Cann, "Increasing Student Engagement with Practical Classes Through Online Pre-Lab Quizzes Increasing Student Engagement with Practical Classes Through Online Pre-Lab Quizzes," *J. Biol. Educ.*, vol. 50, no. 1, pp. 100–111, 2017.
- [2] P. Pinho, A. Rocha, and J. R. Pereira, *Propagação guiada de ondas eletromagneticas*. LTC, 2014.
- [3] Amanogawa, "Transmission Line Impedance," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/LinImpedance/LinImpedance-2.html>.
- [4] Amanogawa, "Standing Waves Patterns," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/StandingWavePattern2/StandingWavePattern2-2.html>.
- [5] K. E. Lonngren and Er-Wei Bai, "Simulink simulation of transmission lines," *IEEE Circuits Devices Mag.*, vol. 12, no. 3, pp. 10, 12–14, 16, 1996.
- [6] C. R. A. Rocha, S. Mota, "'Software Tools for Teaching Wave Propagation in Transmission Lines [Education Corner],’ IEEE Antennas Propag. Mag.," vol. 59, pp. 118–127, 2017.
- [7] B.Associates, "Reflectometer Calculator." 2006.
- [8] B.Locher, "Insight to Reflection," 2009.
- [9] Amanogawa, "General Impedance Transformer," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/GeneralTransformer/GeneralTransformer-2.html>.
- [10] Amanogawa, "Quarter Wavelength Transformer," 2017.
- [11] Amanogawa, "ShortCircuited Stub," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/ShortStub/ShortStub-2.html>.
- [12] Amanogawa, "Open Circuited Stub," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/OpenStub/OpenStub-2.html>.
- [13] Amanogawa, "Single Stub Matching," 2017. [Online]. Available: <http://www.amanogawa.com/archive/SingleStub/SingleStub-2.html>.
- [14] Q. Sui and L. Zhang, "Interactive Matlab Programs for Impedance Matching Teaching in Microwave Engineering," *Int. Conf. Computational Intell. Softw. Eng.*, pp. 3–6, 2009.
- [15] C. W. Trueman and S. Member, "Animating Transmission-Line Transients With

BOUNCE," *IEEE Trans. Educ.*, vol. 46, no. 1, pp. 115–123, 2003.